УДК 519.5

ДВА НОВЫХ ПОНЯТИЯ ВЕРХНЕГО УРОВНЯ В ОНТОЛОГИИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

С.А. Пиявский

Самарский государственный архитектурно-строительный университет
spiyav@mail.ru

Аннотация

Предлагаются два новых понятия теории оптимального принятия решений, обладающих высокой степенью общности: расширенный принцип оптимальности Парето и уверенное суждение лица, принимающего решение.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, принятие решений, ЛПР, способы учета неопределенности.*

Введение

Понятийный аппарат, используемый в процессе принятия оптимальных решений, непрерывно растет. Это вызвано увеличением сложности решаемых практических задач и связанным с этим расширением фронта теоретических исследований. Необходимость систематизации и уточнения понимания используемых терминов потребовали использования онтологического подхода. Строя онтологию оптимизации как некоторого кластера науки, важно определиться с верхним уровнем дерева понятий, порождающим за счет подключения новых гипотез и областей применения понятия более низкого уровня.

Безусловно, ключевыми понятиями самого верхнего уровня являются не нуждающиеся в комментировании понятия *многокритериальной оптимизации*, *множества допустимых вариантов решения*, *вектора критериев, значений вектора критериев на множестве допустимых вариантов решения, принцип Парето-оптимальности*. Понятия следующего уровня – различные методы принятия многокритериальных оптимальных решений (линейной свертки, аналитической иерархии, теории полезностей, ELECTRE, ЦИКЛ, ШНУР и др., см., например [1-3]) – порождаются различными гипотезами их авторов о возможностях лица, принимающего решение (ЛПР), формализовать свое имманентное понимание сравнительной важности критериев оптимальности. В настоящей статье мы предлагаем включить в число понятий высшего уровня понятие ***расширенной Парето-оптимальности***, а между высшим и следующим за ним уровнем расположить понятие ***уверенных суждений ЛПР***.

1 Расширенный принцип Парето-оптимальности. Постановка задачи

Предлагается принцип, позволяющий устанавливать иерархию по эффективности среди Парето-оптимальных вариантов многокритериальных решений без использования каких-либо отношений порядка между критериями.

Рассмотрим задачу выбора наилучшего решения из множества решений, в которой эффективность каждого решения описывается вектором критериев эффективности.

Фундаментальным результатом при решении этой задачи является *принцип оптимальности Парето,* устанавливающий, что *наилучшее решение не может быть неэффективным.*

Решение $\bar{y} \in Y$ называется неэффективным, если в Y можно указать другое (т.н. доминирующее) решение, которое по каждому из критериев не хуже, чем $\bar{y}$, а хотя бы по одному критерию – лучше.

Множество таких Парето-оптимальных (эффективных) решений, как правило, содержит более одного элемента. Считается, что для того, чтобы ЛПР могло выбрать из них «наилучшее» решение, необходимо в той или иной форме ввести в рассмотрение некоторые отношения порядка между критериями. Это может быть сделано в форме «весовых коэффициентов», как в методе линейной свертки; отношений парного предпочтения, как в методе аналитической иерархии Саати; «мысленных лотерей», как в многокритериальной теории полезности, и многими другими способами [1-3].

В настоящей работе предлагается принцип, позволяющий стратифицировать множество Парето-оптимальных решений без сопоставления между собой «значимости» различных критериев. Как и принцип оптимальности Парето, он не гарантирует выделения единственного «наилучшего» решения, однако зачастую позволяет сузить для ЛПР множество Парето-оптимальных вариантов и тем самым облегчить окончательный выбор; в то же время он представляется столь же естественным, как и принцип оптимальности Парето.

2 Основные положения

Рассмотрим в некоторой задаче принятия многокритериальных решений множество точек $F = \{f_i^j\}_{i=1,...,n;\ j=1,...,m}$, отражающих в m-мерном пространстве значения критериев оптимальности n Парето-оптимальных решений $Y = \{y_i\}_{i=1,...,n}$ (примем для определенности, что значения критериев неотрицательны и желательным является минимальное значение каждого критерия). Множество F задает *границу эффективности* решений, разделяющую все критериальное пространство на два подпространства: точки одного из них эффективны по Парето, другого – неэффективны. При добавлении новой Парето-оптимальной точки эта граница как бы продвигается в сторону бóльшей эффективности решений. Это дает основания оценивать каждую Парето-оптимальную точку с позиций того, насколько далеко она продвигает границу эффективности. Назовем количественную характеристику этого продвижения *прогрессивностью* соответствующего Парето-оптимального решения (или соответствующей ему Парето-оптимальной точки в критериальном пространстве) относительно совокупности всех остальных Парето-оптимальных решений.

Измерить прогрессивность Парето-оптимального решения можно минимальным отклонением в критериальном пространстве отвечающей ему точки «в худшую» сторону, при котором эта точка становится неэффективной, т.е. перестает влиять на границу эффективности. Тогда прогрессивность решения можно характеризовать m-мерном вектором, каждая компонента которого показывает, на какую величину следует минимально ухудшить (увеличить) значение соответствующего критерия, чтобы решение стало неэффективным.

Назовем Парето-оптимальное решение *менее прогрессивным* относительно некоторого другого Парето-оптимального решения, если его прогрессивность как вектор доминируется (в смысле Парето) прогрессивностью этого второго решения, которое назовем *более прогрессивным*. Менее прогрессивное решение как бы менее «выдвинуто в сторону оптимальности» по отношению к другим Парето-оптимальным решениям, чем более прогрессивное. Исходя из того, что все Парето-оптимальные решения, без введения дополнительных установок типа сравнительной значимости критериев, одинаково значимы для ЛПР, у него есть основание предпочесть более прогрессивное решение менее прогрессивному.

Решение, не имеющее соответствующего более прогрессивного, также будем называть более прогрессивным. Тогда ***расширенный принцип Парето-оптимальности*** можно сформулировать так: *наилучшее решение не может быть менее прогрессивным.*

***Пример* 1.** Рассмотрим множество Парето-оптимальных решений, представленное в таблице 1 (столбцы 1-3) и на рисунке 1.

Таблица 1 – Прогрессивность решений в примере 1

i	f_i^1	f_i^2	Прогрессивность исходных решений	Характеристика прогрессивности исходных решений	Прогрессивность прогрессивности исходных решений	Характеристика прогрессивности прогрессивности исходных решений
1	2	3	4	5	6	7
1	3	10	2, ∞		1, ∞	Менее прогрессивно (доминируется 3)
2	5	9	3, 1	Менее прогрессивно (доминируется 3)	-	
3	8	7	4, 2		6, ∞	
4	12	2	1, 5	Менее прогрессивно (доминируется 1)	-	
5	14	1	∞, 1		∞, 1	

Прогрессивность каждого решения, наглядно видная из рисунка 1, приведена в четвертом столбце таблицы 1. Видно, что по прогрессивности решение 2 доминируется решением 3, а решение 4 – решением 1. Таким образом, решения 2 и 4 являются менее прогрессивными и потому не рекомендуются в качестве наилучших.

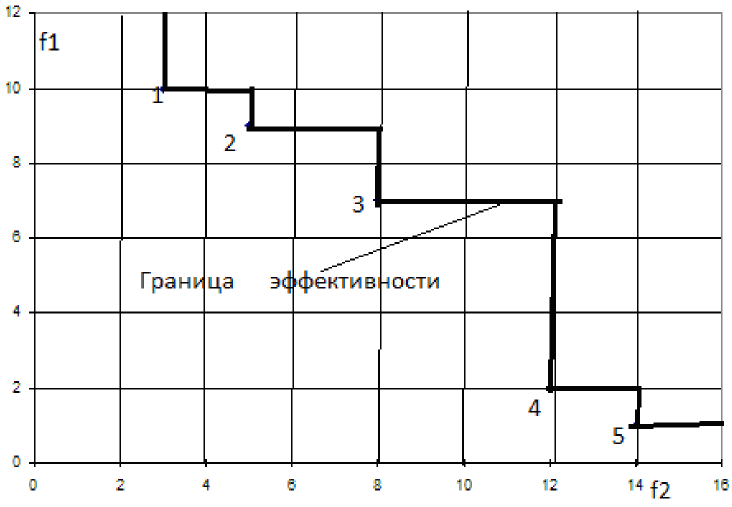


Рисунок 1 – Прогрессивность исходных решений в примере 1

Прогрессивности решений 1, 3 и 5 (рисунок 2) также можно сравнить по прогрессивности (как бы на втором уровне), используя предложенный расширенный принцип Парето-оптимальности. Результат показан в столбце 6 таблицы 1. Видно, что прогрессивность прогрессивности исходных решений (назовем ее прогрессивностью 2-го порядка) для решения 1 доминируется соответствующей характеристикой для решения 3. Таким образом, решение 1 также не рекомендуется в качестве наилучшего.

Итак, Парето-оптимальные решения в рассматриваемом примере стратифицированы следующим образом:

1) обладающие наибольшей прогрессивностью и рекомендуемые к рассмотрению в качестве наилучшего решения – решения 3 и 5;
2) обладающие меньшей прогрессивностью – решения 2 и 4;
3) обладающее еще меньшей прогрессивностью – решение 1.

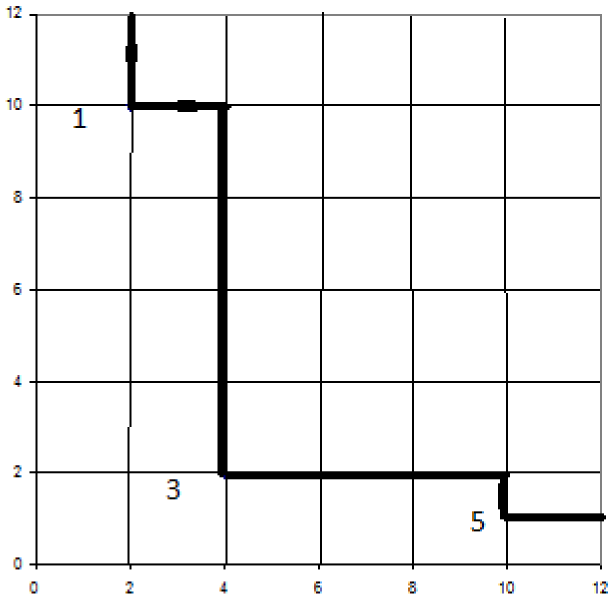


Рисунок 2 – Прогрессивность прогрессивности исходных решений в примере 1

Схема иерархии решений показана на рисунке 3.

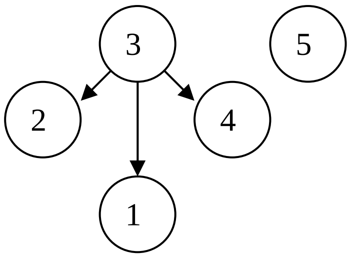


Рисунок 3 – Иерархия исходных решений в примере 1

3 Алгоритм расчета прогрессивности

Рассмотрим расчет отдельной компоненты прогрессивности отдельного Парето-оптимального решения. Без ограничения общности можно считать, что рассчитывается первая компонента первого решения.

По определению прогрессивности, необходимо найти минимальное значение неотрицательной переменной x, добавление которой к значению критерия f_1^1 делает решение 1 доминируемым каким-либо из оставшихся Парето-оптимальных решений.

Введем булевы переменные u_i, $i = 2,\ldots, n$. Будем полагать, что $u_k = 1$, если решение k доминирует решение 1. Тогда условие доминирования решения 1 хотя бы одним из Парето-оптимальных решений имеет вид:

(1) $f_1^j \geq u_i f_i^j$, $i = 2,...,n$, $j = 2,...,m$,

(2) $f_1^1 + x \geq u_i f_i^1$, $i = 2,...,n$,

(3) $\sum_{i=2}^{n} u_i \geq 1$.

Добавив к соотношениям (1)-(3) критерий оптимальности

(4) $x \to \mathbf{min}$

получим задачу смешанного линейного программирования, которая легко решается известными методами и пакетами программ.

Ее можно упростить, если заменить (3) требованием выделения единственного доминирующего решения. Это допустимо, т.к. если при этом окажется, что и другие решения доминируют решение 1, это не будет противоречить выполнению для них соотношений (1). При замене (3) на следующее соотношение

(3а) $\sum_{i=2}^{n} u_i = 1$

соотношения (1), (2) можно представить в эквивалентном виде:

(1а) $f_1^j \geq \sum_{i=2}^{n} u_i f_i^j$, $j = 2,...,m$,

(2а) $f_1^1 + x \geq \sum_{i=2}^{n} u_i f_i^1$,

т.е. в n раз уменьшить размерность задачи линейного программирования. Решая эту задачу m раз для различных критериев решения 1, мы получим его прогрессивности как вектор $x_1 = (x_1^1,...,x_1^m)$. Аналогично рассчитывается прогрессивности других решений.

Продолжение примера 1. В условиях примера 1 соответствующие задачи линейного программирования имеют следующий вид.

Решение 1. Критерий 1.

$$\left\{\begin{array}{l} x \to \mathbf{min} \\ 3 + x \geq 5u_2 + 8u_3 + 12u_4 + 14u_5 \\ 10 \geq 9u_2 + 7u_3 + 2u_4 + 1u_5 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 1 \\ x \geq 0 \end{array}\right\}.$$

Решение (надстройкой «Поиск решения» Excel): $x = 2$.

Решение 1. Критерий 2.

$$\left\{\begin{array}{l} x \to \mathbf{min} \\ 3 \geq 5u_2 + 8u_3 + 12u_4 + 14u_5 \\ 10 + x \geq 9u_2 + 7u_3 + 2u_4 + 1u_5 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 1 \\ x \geq 0 \end{array}\right\}.$$

Решение (надстройкой «Поиск решения» Excel): «Решение отсутствует».

Итак, $x_1 = (2, \infty)$, т.е. полученные результаты совпадают с приведенными в таблице 1.

Пример 2. Используем расширенный принцип Парето-оптимальности в показанной в таблице 2 (столбцы 1-4) задаче принятия решения, содержащей пять Парето-оптимальных вариантов.

Таблица 2 – Прогрессивность решений в примере 2

i	f_i^1	f_i^2	f_i^3	Прогрессивность исходных решений	Характеристика прогрессивности исходных решений	Прогрессивность прогрессивности исходных решений	Характеристика прогрессивности прогрессивности исходных решений
1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	10	4	$2,\infty,\infty$	Менее прогрессивно (доминируется 2)	$1,\infty$	
2	5	9	3	∞,∞,∞		-	
3	8	7	8	$4,2,\infty$	Менее прогрессивно (доминируется 2)	$6,\ \infty$	
4	12	2	5	$\infty,7,\infty$	Менее прогрессивно (доминируется 2)	-	
5	14	1	6	$\infty,1,\infty$	Менее прогрессивно (доминируется 2)	$\infty,1$	

Математические модели для расчета прогрессивности решения 1 таковы.

Критерий 1.

$$\left\{\begin{array}{l} x \rightarrow \mathbf{min} \\ 3 + x \geq 5u_2 + 8u_3 + 12u_4 + 14u_5 \\ 10 \geq 9u_2 + 7u_3 + 2u_4 + 1u_5 \\ 4 \geq 3u_2 + 8u_3 + 5u_4 + 6u_5 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 1 \\ x \geq 0 \end{array}\right\}.$$

Решение (надстройкой «Поиск решения» Excel): $x = 2$.

Критерий 2.

$$\left\{\begin{array}{l} x \rightarrow \mathbf{min} \\ 3 \geq 5u_2 + 8u_3 + 12u_4 + 14u_5 \\ 10 + x \geq 9u_2 + 7u_3 + 2u_4 + 1u_5 \\ 4 \geq 3u_2 + 8u_3 + 5u_4 + 6u_5 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 1 \\ x \geq 0 \end{array}\right\}.$$

Решение (надстройкой «Поиск решения» Excel): «Решение отсутствует».

Критерий 3.

$$\left\{\begin{array}{l} x \rightarrow \mathbf{min} \\ 3 \geq 5u_2 + 8u_3 + 12u_4 + 14u_5 \\ 10 \geq 9u_2 + 7u_3 + 2u_4 + 1u_5 \\ 4 + x \geq 3u_2 + 8u_3 + 5u_4 + 6u_5 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 1 \\ x \geq 0 \end{array}\right\}.$$

Решение (надстройкой «Поиск решения» Excel): «Решение отсутствует».

Итак, $x_1 = (2,\infty,\infty)$.

Аналогично рассчитываются прогрессивности и для других решений:

$x_2 = (\infty,\infty,\infty)$, $x_3 = (4,2,\infty)$, $x_4 = (\infty,7,\infty)$, $x_5 = (\infty,1,\infty)$.

Сильноэффективным решением является решение 2, остальные решения слабоэффективны. Из них решение 4 доминирует решения 3 и 5.

Итак, Парето-оптимальные решения в рассматриваемом примере стратифицированы следующим образом:

- обладающее наибольшей прогрессивностью и рекомендуемое к рассмотрению в качестве наилучшего решения – решение 2;
- обладающие меньшей прогрессивностью – решения 1 и 4;
- обладающие меньшей прогрессивностью, чем решение 4 - решения 3 и 5.

Схема иерархии решений показана на рисунке 4.

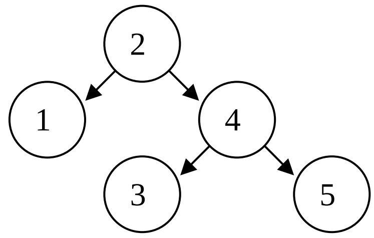


Рисунок 4 – Иерархия исходных решений в примере 2

4 Облегченная формулировка принципов оптимальности

При сравнении двух векторов из некоторой совокупности будем употреблять термин «больший» применительно к вектору, все компоненты которого не меньше, а хотя бы одна из них больше соответствующих компонент «меньшего» вектора. При этом термин «больший» будем применять к тем векторам совокупности, для которых в ней нет «меньших» векторов. Тогда можно дать краткую формулировку рассмотренных выше принципов оптимальности.

Принцип Парето-оптимальности: *наилучшим является эффективное решение*.

Расширенный принцип Парето-оптимальности: ***наилучшим является эффективное решение с бóльшей прогрессивностью***.

5 Метод уверенных суждений ЛПР. Постановка задачи

Далее рассматриваются задачи многокритериального принятия решений, в которых альтернативы характеризуются набором частных критериев, могущих к тому же зависеть от ряда неопределенных факторов. Предлагается метод, позволяющий лицу, принимающему решение, с использованием специального программного обеспечения легко и обоснованно решать такие задачи на основе естественных для него суждений. Метод обладает максимально возможной объективностью, поскольку не использует искусственных приемов, направленных на полную формализацию задачи за счет отыскания якобы адекватного ей единственного способа учета неопределенности («принципа оптимальности»), а учитывает все множество таких способов.

Как известно, в центре процедуры принятия любого решения, в конечном счете, находится человек или небольшая группа людей: субъект, который принято обобщенно называть *лицом, принимающим решения* – ЛПР. Это вызвано тем принципиальным обстоятельством, что любая, даже всего только двухкритериальная, задача принятия решения математически незамкнута. Поэтому ЛПР призвано дополнить в той или иной форме постановку проблемы до содержательной замкнутости, позволяющей, в конечном счете, прийти к единственному «наиболее рациональному решению». В силу своих полномочий оно обладает необходимым неформализованным пониманием решаемой им проблемы и любой практически любой существующий метод поддержки принятия решений направлен на то, чтобы формализовать это понимание в форме, строго логически (практически всегда математически) приводящей к однозначному окончательному решению, т.е. выявить присущий ЛПР способ учета неопределенности, существующий в данной решаемой им задаче.

Отсюда следует, что метод должен быть понятен ЛПР, не сужать его возможностей по принятию решения за счет специфических особенностей самого метода, не предполагать у него наличия квалификации, выходящей за пределы его обычной компетенции и быть нетрудоемким для него. В [3] показано, что методов, одновременно удовлетворяющих всем этим требованиям, нет. Так, широко распространенный метод «линейной свертки» понятен ЛПР, однако может упускать Парето-оптимальные решения и предполагает, что ЛПР в состоянии указать точные количественные значения «весовых коэффициентов» свертки, что нереально даже при использовании «компетентных» экспертов (учитывая условность их подбора и неизбежный разброс в оценках).

Перспективное направление развития методов принятия решений, позволяющее сочетать перечисленные требования, состоит в том, чтобы не «выуживать» у ЛПР его способ учета неопределенности, а дать ему возможность опираться на все множество допустимых способов учета неопределенности, возложив возникающую при этом огромную вычислительную сложность на имеющуюся в распоряжении ЛПР ЭВМ (на столе или через Интернет). Такой подход был реализован нами в начале 70-х годов в методе ПРИНН и успешно применяется. Тем не менее, он содержал упрощения (фиксированные размеры ε-сети в пространстве способов учета неопределенности), направленные на то, чтобы уменьшить трудоемкость метода. Информационные технологии сегодняшнего дня позволили отказаться от этих упрощений и предложить излагаемый ниже метод, который, по нашему мнению, действительно и действенно ставит ЛПР в центр принятия сложных решений.

6 Распространенный способ скаляризации задачи

Рассмотрим классическую задачу многокритериальной оптимизации. Обозначим: Y - множество вариантов решений (альтернатив), $f(y) = \{f^1(y), f^2(y),..., f^m(y)\}$, $y \in Y$ - вектор-функция m частных критериев оптимальности, определенных на множестве альтернатив. ЛПР желает выбрать из множества альтернатив «наиболее рациональный» вариант.

В этой задаче наиболее рациональный вариант решения $\bar{y} \in Y$ должен быть Парето-оптимальным, то-есть удовлетворять известному условию (при стремлении минимизировать каждый частный критерий):

$$\neg\exists\, \hat{y} \in Y : (f^j(\hat{y}) \le f^j(\bar{y}) \;\; j = 1,...,m) \wedge (\exists j \in \{1,...,m\} : f^j(\hat{y}) < f^j(\bar{y}))\,.$$

Поскольку же все Парето-оптимальные варианты с равным основанием могут быть признаны наиболее рациональными, то для того, чтобы остановить свой выбор на одном из них, ЛПР должно использовать, в той или иной форме, дополнительную информацию или суждения.

Одно из наиболее естественных суждений состоит в том, чтобы ввести в рассмотрение некоторый скалярный комплексный критерий оптимальности $F(f(\bar{y}))$, соразмеряющий сравнительную важность различных частных критериев и позволяющий выбрать наиболее рациональный вариант решения строго математически:

$$F(f(\bar{y})) = \min_{y \in Y} F(f(y))\,.$$

Тем самым задача принятия решения перестает быть многокритериальной, и при задании конкретной функции $F(f)$ наиболее рациональный вариант решения определяется путем обычной скалярной оптимизации. Однако, поскольку конкретный вид функции $F(f)$ ЛПР неизвестен, тем самым в задачу вводится новое множество: множество допустимых способов учета неопределенности S, которое представляет собой множество допустимых функций $s \equiv F(f)$.

Без ограничения общности рассмотрения будем полагать далее, что значения всех частных критериев, а также комплексного критерия, нормированы от 0 до 1. Тогда способ учета неопределенности – это строго монотонная функция, определенная на m-мерном единичном гиперкубе и сопоставляющая каждому вектору из него числовое значение, также заключенное от нуля до единицы. Для того, чтобы подчеркнуть там, где необходимо, именно этот смысл обозначения $F(f)$ в отличие от значения комплексного критерия при конкретном значении аргумента f, мы будем использовать в этом втором смысле обозначение $F_S(f)$.

Большинство существующих формализованных методов принятия решений направлены на то, чтобы отыскать «правильный» для условий конкретной задачи способ учета неопределенности $\bar{s} \equiv \bar{F}(f)$, после чего наиболее рациональный вариант решения $\bar{y} \in Y$ определяется чисто математическим путем, как правило, однозначно. Простейшим, и наиболее часто используемым на практике, примером такого подхода является введение линейной свертки частных критериев:

$$(5)\ \bar{F}(f) = \sum_{j=1}^{m} \alpha^j f^j,\ \alpha^j \geq 0,\ j = 1,...,m,\ \sum_{j=1}^{m} \alpha^j = 1,$$

где весовые коэффициенты $\alpha^j, j = 1,\ldots, m$ задаются экспертным путем.

Обсудим обоснованность такого подхода.

Отметим, что при этом ЛПР сделал два суждения:

- первое – что именно такой вид способа учета неопределенности в виде линейной свертки полностью адекватен данной задаче принятия решения;
- второе – что именно выбранные им эксперты, способ организации экспертизы и способ обработки мнений экспертов приводят к абсолютно достоверным значениям весовых коэффициентов.

Оба суждения могут быть оспорены с разумных позиций. Действительно, линейная свертка обладает рядом известных недостатков. В частности, она может «не видеть» некоторые Парето-оптимальные варианты решения ни при каких значениях весовых коэффициентов. Так, например, на рисунке 5 для двух минимизируемых критериев все варианты решений, образы которых в критериальном пространстве лежат выше пунктирной линии, не будут признаны наиболее рациональными ни при каких значениях весовых коэффициентов линейной свертки, хотя они являются Парето-оптимальными [1].

Тем самым в этом примере использование линейной свертки нарушает естественное требование к множеству способов учета неопределенности S, а именно, что любому Парето-оптимальному варианту из множества допустимых вариантов решений Y должна соответствовать хотя бы одна функция $F(f) \in S$, при использовании которой этот вариант решения является наиболее рациональным. Невыполнение этого требования сужает возможности выбора ЛПР за счет чисто математических особенностей применяемого аппарата, что недопустимо. Обозначим через $Y_P \subset Y$ множество всех Парето-оптимальных вариантов решений из множества Y. Тогда приведенное условие имеет вид:

$$(6)\ \forall y \in Y_P\ \exists F(f) \in S : F(f(y)) \equiv \min_{z \in Y} F(f(z)) \leq \min_{\substack{z \in Y \\ \hat{F}(f) \in S}} \hat{F}(f(z)).$$

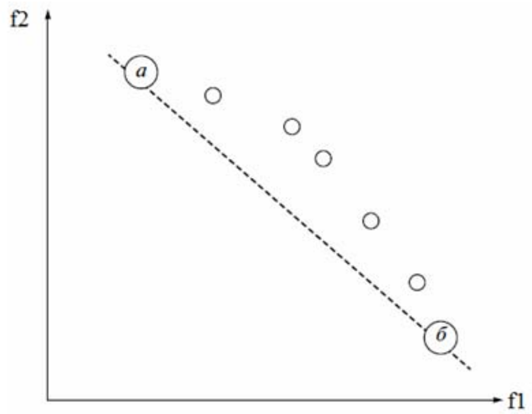


Рисунок 5 – Пример, демонстрирующий некорректность линейной свертки

Конкретизируем (6) для задачи принятия решений с конечным множеством допустимых вариантов решений $Y = \{y_i\}_{i=1,\dots,n}$. Обозначим $f_i^j \equiv f^j(y_i)$. Тогда при использовании линейной свертки условие (6) означает, что для любых i, таких, что $y_i \in Y_P$, должна быть совместна система следующих неравенств относительно переменных α_i^j,

$$(7)\qquad \begin{cases} \sum_{j=1}^{m} \alpha_i^j f_i^j \le \sum_{j=1}^{m} \alpha_i^j f_k^j \;\; k = 1,\dots,n, \;\; k \ne j \\ \alpha_i^j \ge 0, \; j = 1,\dots,m, \; \sum_{j=1}^{m} \alpha_i^j = 1 \end{cases}.$$

Если условие (7) не выполняется, использование линейной свертки не обеспечивает полноценного анализа задачи принятия решения. Между тем, выполнение этого условия на практике никогда не проверяется.

Кроме того, помимо линейной свертки существует целый ряд столь же известных принципов оптимальности (Паскаля, Вальда, минимального сожаления и пр.), а также широкий спектр методик многокритериального выбора решения (см., например [2, 3]), позволяющих по-своему вычислить значения комплексного критерия *F*. Почему же ЛПР выбирает именно линейную свертку? Ее простота не может быть решающим доводом, так как наличие ЭВМ позволяет сделать незатруднительным для ЛПР любой, сколь угодно сложный, метод расчета.

Субъективность же определения значений весовых коэффициентов с помощью экспертизы очевидна.

Таким образом, оказывается, что выбор линейной свертки в качестве принятого ЛПР способа учета неопределенности отнюдь не является его «уверенным суждением», подобным требованию Парето-оптимальности наиболее рационального решения, а требует серьезного обоснования. Ясно, что при принятом способе скаляризации задачи на самом деле неопределенность не устраняется, а просто переносится с сопоставления частных критериев на сопоставление различных способов учета неопределенности, суть которых еще более далека от ЛПР.

Аналогичные возражения можно высказать в случае применения ЛПР вместо линейной свертки любого другого единственного якобы «правильного» способа учета неопределенности.

7 Непосредственное использование всего множества способов учета неопределенности

Более корректный путь решения задачи многокритериального выбора решения состоит, по нашему мнению, в том, чтобы, отказавшись от стремления устранить неопределенность выбором конкретного способа ее «свертывания», использовать для принятия решения непосредственно ***все множество*** способов учета неопределенности. В методе ПРИНН ([4-6] и др.) мы осуществили такой подход в три этапа. Первые два этапа носят универсальный характер, и лишь третий реализуется при решении конкретной задачи.

На первом этапе было дано математическое описание универсального множества способов учета неопределенности S для задачи, в которой скалярный критерий оптимальности F зависит от функции $f(x)$, принимающей значения на элементах $x \in X$ некоторого множества неопределенности X. Показано, что множество S есть множество непрерывных строго монотонных функций одной переменной $G(t)$ (так называемых порождающих функций), определенных на отрезке $[0, 1]$ и удовлетворяющих условиям $G(0) = 0$, $G(1) = 1$. Значение комплексного критерия при способе учета неопределенности $G(t)$ рассчитывается по формуле

(8) $F = G^{-1}(\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} G(f(x^j)))$, если $X = \{x^1,\dots, x^m\}$,

или

(9) $F = G^{-1}(\frac{1}{\Omega}\int_{x\in X} G(f(x))dx$, если $X \subset R_m$ – область m-мерного Евклидова пространства,

где $\Omega = \int_{x\in X} dx$.

На втором этапе все множество допустимых способов учета неопределенности было заменено оптимальной ε-сетью, т.е конечным числом наиболее полно представляющих его способов учета неопределенности.

На третьем этапе между этими «представителями» организуется (конечно, в виде математического алгоритма) итеративная процедура согласования оценок каждого варианта решения каждым «представителем» с позиций присущего ему способа учета неопределенности, однако с учетом оценок, данных другими «представителями». Такой алгоритм моделирует известную процедуру ДЕЛФИ согласования мнений экспертов.

Метод ПРИНН хорошо зарекомендовал себя при решении значительного числа практических задач, однако определенным его недостатком является субъективность предложенной процедуры выделения небольшого числа «представителей» из всего множества способов учета неопределенности и организации процедуры типа ДЕЛФИ. Из-за этого метод по сути также можно рассматривать как один из возможных конкретных способов учета неопределенности, наряду с методом линейной свертки и другими. В предлагаемом в настоящей статье методе этот недостаток устранен, так как при принятии решения используется непосредственно все множество способов учета неопределенности. Субъективность, которая является принципиальным правом ЛПР, включается (притом лишь при его желании) только через два вида его *«уверенных» суждений.*

Уверенное суждение первого типа. *При своей уверенности ЛПР может отнести различные частные критерии к различным группам важности*. Например, «критерии 1 и 4 наиболее важны, критерии 2 и 6 просто важны, а критерий 5 имеет наименьшую важность». Подчеркнем, что не предполагается, что ЛПР дает количественную оценку степени сравнительной важности частных критериев, речь идет лишь об их качественном сравнении, притом необязательном.

Уверенное суждение второго типа. При желании ЛПР может сконструировать пары Парето-несравнимых векторов частных критериев, в отношении которых он уверен, что один из векторов «лучше» другого. При этом не требуется, чтобы эти векторы отражали эффективность каких-либо реальных объектов. Если f_1 и f_2 - такая пара, в которой f_1 «уверенно лучше», чем f_2, то это накладывает следующее ограничение на множество S:

(10) $$S \subset \{s\} : F_s(f_1) \le F_s(f_2)\ \forall s \in S\,.$$

Соответственно, предлагаемый нами метод уверенных суждений (МУС) ЛПР применительно к задаче многокритериального принятия решений, сформулированной в начале раздела 1, состоит из следующих четырех этапов.

Этап 1. Строится профиль неопределенности решаемой задачи. Он показывает для каждого варианта решения $y \in Y$ диапазон изменения значений комплексного критерия эффективности на данном решении при всевозможных способах учета неопределенности. Профиль неопределенности задается парой определенных на Y функций:

(11) минорантой $m(y) = \min\limits_{s \in S} F(f(y))$ и мажорантой $M(y) = \max\limits_{s \in S} F(f(y))$.

Заметим, что при этом могут быть выявлены заведомо нерациональные решения $z \in Y$, для которых существуют такие решения $\bar{z} \in Y$, которые лучше их по комплексному критерию при любых возможных способах неопределенности. Условие выявления таких решений z имеет вид:

(12) $$\exists \bar{z} \in Y : M(\bar{z}) < m(z)\,.$$

Основное назначение профиля неопределенности – дать ЛПР представление о степени влияния неопределенности на принятие решений в данной задаче. По мере добавления им «уверенных суждений» он сможет судить, насколько они уменьшают неопределенность.

Этап 2. По возможности сужается множество неопределенностей за счет учета в нем уверенных суждений ЛПР. При уверенных суждениях первого типа из множества S исключаются не соответствующие этим суждениям способы учета неопределенности. При уверенных суждениях второго типа к описанию множества S добавляются условия (11), исключающие те способы учета неопределенности, для которых не выполняются эти суждения.

В результате первых двух этапов исходное множество неопределенностей может сузиться, что отразится на профиле неопределенности решаемой задачи, однако вряд ли в нем останется лишь один элемент, или из множества вариантов решений по условию (12) будут исключены все варианты, кроме одного. Таким образом, неопределенность в задаче сохранится. Это и будет ***неустранимая*** неопределенность. Все образующие ее способы учета неопределенности полностью равноправны для ЛПР, поскольку свои возможности внести дополнительное содержание в описание задачи он уже внес утверждениями первого и второго типа. Не исключено, что могут быть найдены и другие типы уверенных суждений ЛПР, но они не изменят картину принципиально: все равно и после их использования неустранимая неопределенность в задаче останется.

Этап 3. Рассчитываются жесткий и мягкий рейтинги вариантов решений с учетом неустранимой неопределенности. Чтобы не вводить ненужный для понимания (и практического применения) сложный математический аппарат, будем считать, что множество S содержит конечное число способов учета неопределенности $S = \{s_k\}_{k=1,\dots,K}$.

Тогда ***жесткий рейтинг*** $RG(y)$ решения $y \in Y$ есть доля способов учета неопределенности, при которых это решение является наилучшим по сравнению с остальными решениями:

(13) $$RG(y) = \frac{\sum\limits_{\substack{k=1 \\ F_k(y) \le F_k(z)\ \forall z \in Y}}^{K} 1}{K}, \qquad y \in Y.$$

(В случае, если при каком-то способе учета неопределенности лучшими оказываются несколько (например, p) решений, в жестком рейтинге каждого из них в сумме в числителе добавляется не 1, а $1/p$).

Мягкий рейтинг $RM(y)$ решения $y \in Y$ отражает среднюю сравнительную эффективность этого решения y по сравнению с решениями, оказавшимися наилучшими при различных способах учета неопределенности:

(14) $$RM = \frac{\sum\limits_{k=1}^{K} \frac{F_{s_k}(f(y))}{\max\limits_{y \in Y} F_{s_k}(f(y))}}{K}.$$

Этап 4. ЛПР признает, что возможности дальнейшего уменьшения неопределенности за счет его «уверенных суждений» исчерпаны. Окончательно, в качестве «наиболее рационального» решения им выбирается решение с наилучшим (наименьшим) жестким рейтингом. Если таких решений несколько, в качестве наиболее рационального выбирается то из них, которое имеет наилучший (наименьший) мягкий рейтинг.

8 Пример

Подробно рассмотрим решение методом уверенных суждений ЛПР на простом примере выбора из ряда претендентов на занятие должности в научной организации. Рассматриваются 11 претендентов, оцениваемых по двум частным критериям. Критерий 1 – число публикаций в реферируемых международных изданиях, критерий 2 – ученая степень (без степени, кандидат наук, доктор наук). Критерий 1 является количественным, желательно его наибольшее значение, а критерий 2 – качественный, измеряется в трехуровневой порядковой шкале. После нормировки и приведения критерия 1 к направлению на минимум исходные данные имеют вид, представленный в таблице 3.

Вначале для того, чтобы сделать изложение более понятным, зададимся структурой функций, рассчитывающих значение комплексного критерия в зависимости от значений частных критериев, в виде линейной свертки (в разделе 9 мы откажемся от этого допущения).

Тогда $F = \alpha f^1 + (1 - \alpha) f^2$ и неопределенность в сопоставлении частных критериев отражается в неопределенности значений коэффициента α: известно лишь, что его значение находится в пределах от нуля до единицы.

Другой вид неопределенности в задаче связан с порядковым характером щкалы, в которой измеряется наличие ученой степени. Можно обозначить через β^1, β^2, β^3 числовые эквиваленты уровней д.т.н., к.т.н. и «без степени» соответственно, однако чему конкретно эти эквиваленты равны – неизвестно. Можно лишь записать, что $0 \le \beta^1 \le \beta^2 \le \beta^3 \le 1$.
Таким образом, в задаче комплексный критерий принимает для варианта i следующий вид:

$$F_i = \alpha f_i + (1-\alpha)\varphi_i$$

при множестве способов учета неопределенности S, состоящем из множества векторов $(\alpha, \beta^1, \beta^2, \beta^3)$, удовлетворяющих ограничениям:

(15) $$0 \le \alpha \le 1,$$

(16) $$0 \le \beta^1 \le \beta^2 \le \beta^3 \le 1.$$

Таблица 3 – Нормированные исходные данные в примере

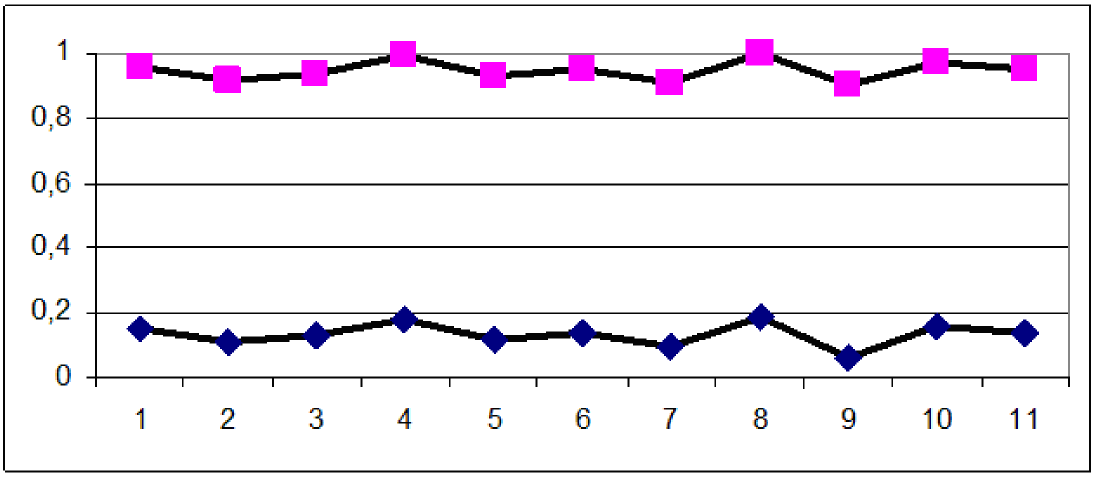
№ варианта решения	Нормированное отставание в публикациях в сравнении с максимумом публикаций	Наличие ученой степени	Числовой эквивалент наличия ученой степени
i	f_i		φ_i
1	0,6	к.т.н.	β^2
2	0,2	к.т.н.	β^2
3	0,4	д.т.н.	β^1
4	0,9	без степени	β^3
5	**0,3**	**д.т.н.**	β^1
6	**0,5**	**без степени**	β^3
7	0,1	к.т.н.	β^2
8	1,0	д.т.н.	β^1
9	**0,0**	**к.т.н.**	β^2
10	0,7	без степени	β^3
11	0,5	д.т.н.	β^1
«Весовой коэффициент»	α		$1-\alpha$

Перейдем к решению этой задачи методом МУС. Дискретизируем множество S, перебирая значения параметров (α, β^1, β^2, β^3), с шагом 0,1. Таким образом, множество способов учета неопределенности состоит из 2200 элементов. Профиль задачи показан на рисунке 6, а результаты расчета рейтингов вариантов решения – в таблице 4 и на рисунке 6.

Видно, что наиболее рациональным вариантом решения является вариант 9, на который приходится 68% способов учета неопределенности, при которых он оказывается наилучшим. Это кандидат наук с максимальным числом публикаций. Вдвое «отстает» от него доктор наук, имеющий на 30% публикаций меньше (вариант 5). Остальные претенденты не имеют ни одного способа учета неопределенности, при котором могли бы считаться лучшим выбором (это естественно, т.к. они неэффективны по Парето).

Интересно взглянуть на мягкий рейтинг вариантов решения (рисунок 7). Видно, что он достаточно низок (напомним, чем меньше, тем лучше) у вариантов 9 и 5, но и Парето-неэффективные варианты решения также имеют мягкий рейтинг меньший 1, причем для варианта 7 он даже меньше, чем для варианта 5.

Это решение получено ЛПР-ом без дополнительных его суждений о предпочтениях в задаче. Допустим, что он считает нужным высказать суждение, что наличие ученой степени важнее числа публикаций. Это его принципиальное право, но еще раз подчеркнем, что оно никак не навязано методом МУС. В этом случае число способов учета неопределенности уменьшается за счет условия $0 \le \alpha \le 1-\alpha$, т.е. $0 \le \alpha \le 0{,}5$, заменяющего (11), до 880, или в 2,5 раза. При этом профиль задачи практически не изменился, а вот рейтинги существенно изменились (таблица 5).



□ - мажоранта; ◊ – миноранта
Рисунок 6 – Профиль задачи в примере без дополнительных уверенных суждений ЛПР

Таблица 4 – Принятие решений в примере без дополнительных уверенных суждений ЛПР

№ варианта решения	Жесткий рейтинг	Мягкий рейтинг	Нормированное отставание в публикациях в сравнении с максимумом публикаций	Наличие ученой степени
i	*RG*	*RM*	f_i	
1	0,00	0,67	0,6	к.т.н.
2	0,00	0,42	0,2	к.т.н.
3	0,00	0,43	0,4	д.т.н.
4	0,00	0,98	0,9	без степени
5	**0,32**	0,36	0,3	**д.т.н.**
6	0,00	0,73	0,5	без степени
7	0,00	0,36	0,1	к.т.н.
8	0,00	0,80	1,0	д.т.н.
9	***0,68***	0,30	0,0	***к.т.н.***
10	0,00	0,86	0,7	без степени
11	0,00	0,49	0,5	д.т.н.

Теперь наилучшим вариантом является вариант 5 (доктор наук, имеющий на 30% меньше публикаций, чем лидер по публикациям – кандидат наук).

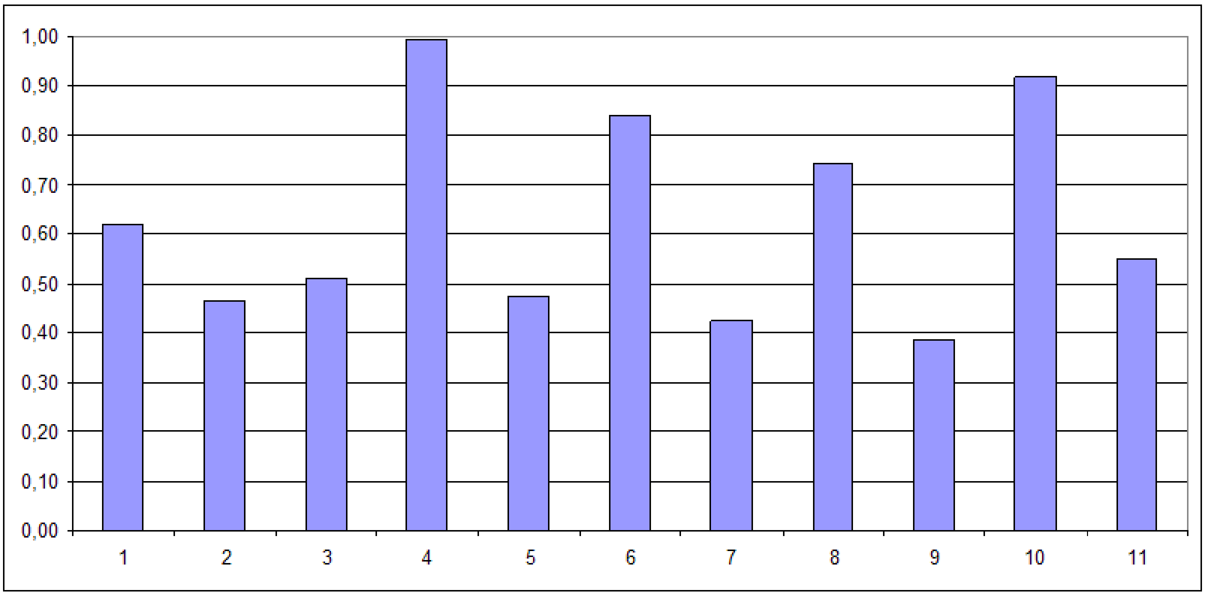


Рисунок 7 – Мягкий рейтинг в примере, без дополнительных уверенных суждений ЛПР

Таблица 5 – Принятие решений в примере при суждении, что наличие ученой степени важнее числа публикаций

№ варианта решения	Жесткий рейтинг	Мягкий рейтинг	Нормированное отставание в публикациях в сравнении с максимумом публикаций	Наличие ученой степени
i	*RG*	*RM*	f_i	
1	0,00	0,70	0,6	к.т.н.
2	0,00	0,57	0,2	к.т.н.
3	0,00	0,43	0,4	д.т.н.
4	0,00	1,00	0,9	без степени
5	***0,65***	0,40	0,3	***д.т.н.***
6	0,00	0,87	**0,5**	без степени
7	0,00	0,54	0,1	к.т.н.
8	0,00	0,62	1,0	д.т.н.
9	**0,35**	0,51	0,0	**к.т.н.**
10	0,00	0,93	0,7	без степени
11	0,00	0,46	0,5	д.т.н.

Предположим, что ЛПР, неудовлетворенный всё еще высокой степенью неопределенности в задаче (она характеризуется числом допустимых способов учета неопределенности), решил, что может уточнить свое понимание предпочтений еще одним уверенным суждением второго типа. А именно, что все же кандидат наук, имеющий на 10% меньше публикаций, чем лидер по публикациям, лучше доктора наук, отстающего от лидера на 40% по числу публикаций, т.е. вариант 7 лучше варианта 3. Это накладывает на допустимые способы учета неопределенности дополнительное условие $F(f(y_7)) < F(f(y_3))\ \forall F(f)$. Соответственно число допустимых способов учете неопределенности уменьшилось до 328, или еще в 2,7 раза и всего в 6,7 раз по сравнению с первоначальной постановкой. Наилучшим по-прежнему оказывается вариант 9 (кандидат наук – лидер по публикациям), имеющий жесткий рейтинг 95% (жесткий рейтинг в 5% - у варианта 5).

9 Параметризация универсального множества способов учета неопределенности

В разделе 8 для простоты изложения основной мысли мы воспользовались линейной сверткой для описания класса функций, представляющих в Примере различные способы учета неопределенности. В общем же случае, как указано в разделе 7, множество способов учета неопределенности задается множеством порождающих функций $G(t)$. Они позволяют по формулам (4), (5) вычислять значения комплексного критерия $F(X)$, определяющего комплексную эффективность на некотором множестве неопределенностей X через совокупность значений функции локальной эффективности $f(x)$, $x \in X$ на элементах этого множества.

Применим этот подход для описания множества способов учета неопределенности в задаче многокритериального принятия решений, поставленной в разделе 5. Поставим задачу следующим образом. Имеется множество неопределенностей X, включающее m независимых точек зрения на оценку эффективности каждого решения $y \in Y$. Каждой из них соответствует значение функции локальной эффективности f^j, $j = 1,\ldots, m$. Введем в рассмотрение вектор

$$(\alpha^1, \alpha^2, \ldots\alpha^m),\ \alpha^j \geq 0,\ j = 1,\ldots,m,\ \sum_{j=1}^{m} \alpha^j = 1, \tag{17}$$

компоненты которого отражают сравнительную важность различных точек зрения при комплексной оценке эффективности.

Тогда по формуле (8)

$$F = G^{-1}\Big(\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} G(\alpha^j f^j)\Big)\ . \tag{18}$$

Таким образом, неопределенность исходной задачи свелась к множественности допустимых порождающих функций. Опишем класс этих функций их кусочно-линейной аппроксимацией. Пусть $\{t^0, t^1, t^2, \ldots t^k\}$ – система равномерно распределенных точек на отрезке [0, 1], таких что $t^0 = 0 < t^1 < t^2 < \ldots t^{k-1} < t^k = 1$, а

$$\{G^0 = 0 < G^1 < G^2 < \ldots < G^{k-1} < G^k = 1\} \tag{19}$$

- это совокупность значений некоторой порождающей функции в этих точках. Тогда, используя линейную интерполяцию на отрезках $[t^r, t^{r+1}]$, $r = 0,\ldots,k-1$, получим следующее выражение для любой порождающей функции:

$$G(t) = G^r + \frac{G^{r+1} - G^r}{t^{r+1} - t^r}(t - t^r), \tag{20}$$

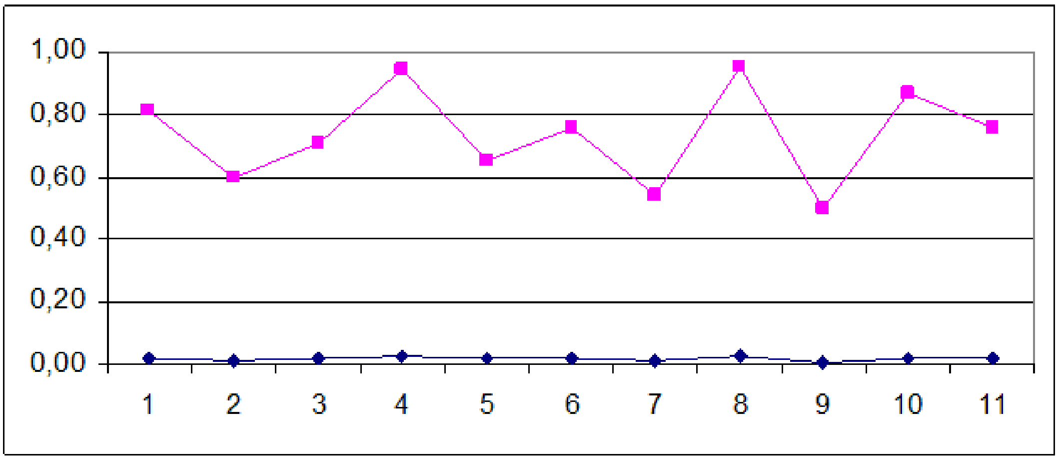
где r определяется условием $t^r \leq t \leq t^{r+1}$, $r = 0,\ldots,k-1$.

Аналогичное выражение имеет место и для обратной функции:

$$G^{-1}(q) = t^p + \frac{t^{p+1} - t^p}{G^{p+1} - G^p}(q - G^p), \tag{21}$$

где p определяется условием $G^p \leq q \leq G^{p+1}$, $p = 0,\ldots,k-1$.

Таким образом, комплексный критерий определяется формулами (18), (20), (21), в которых присутствует множество способов учета неопределенности, описываемое условиями (19). Перебирая значения параметров (17), (19), мы можем осуществить полный перебор способов учета неопределенности и применить метод условных суждений ЛПР, описанный в разделе 7.



□ - мажоранта; ◊ – миноранта

Рисунок 8 – Профиль задачи в примере с двумя уверенными суждениями ЛПР

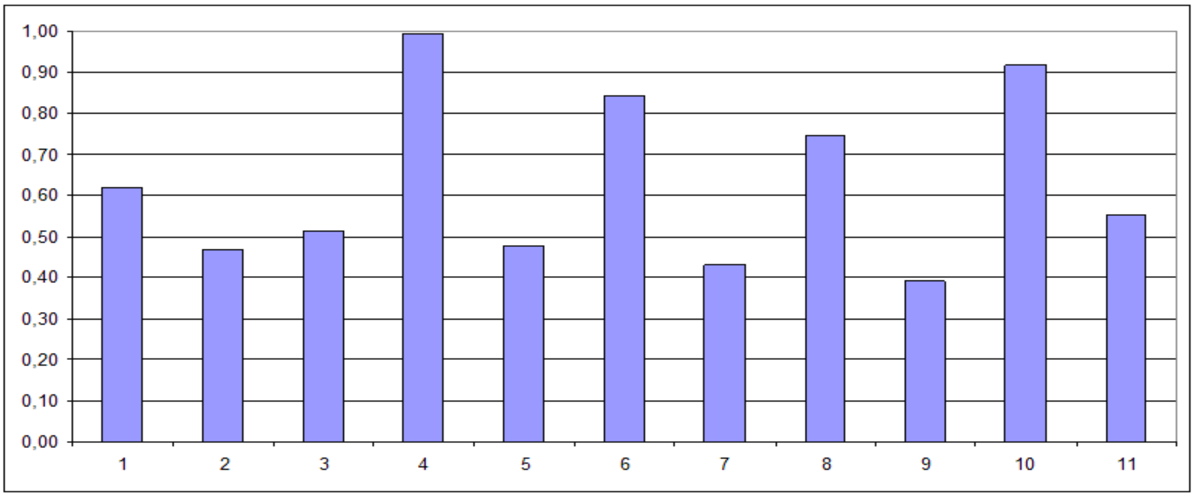


Рисунок 9 – Мягкий рейтинг в примере с двумя уверенными суждениями ЛПР

Этим методом был решен приведенный выше пример при прежних исходных данных и уверенных суждениях ЛПР, но уже без гипотезы об использовании линейной свертки. При аппроксимации порождающей функции область ее определения - отрезок [0, 1] – был разбит на три равных участка (k = 3), а значения порождающей функции перебирались с шагом 0,1. В результате допустимыми оказались 15549 способов учета неопределенности. Наиболее рациональным решением по-прежнему стал вариант 9 (кандидат наук) с жестким рейтингом 99% (у варианта 5 жесткий рейтинг равен 1%). Профиль неопределенности задачи и мягкий рейтинг показаны на рисунках 8, 9.

10 Обобщенная постановка задачи

Из разделов 8, 9 ясно, что метод МУС применим для решения более общей задачи, чем та, с которой в разделе 5 мы начали изложение. В более общей постановке задача принятия решений характеризуется тем, что:

- частные критерии f^j, $j = 1,\ldots, m$. могут зависеть не только от вариантов решений $y \in Y$, но и от некоторых неопределенных факторов ξ, принимающих значения из некоторого множества неопределенностей X_ξ;
- в число частных критериев могут входить как количественные, так и качественные, измеряемые в порядковых шкалах;
- ЛПР имеет возможность относить частные критерии к различным группам важности и указывать пары реальных или условных вариантов решений, в которых он считает, что один из вариантов по совокупности значений частных критериев лучше другого.

Предлагаемый метод позволяет в рамках такой задачи выбрать наиболее рациональное решение, не вводя никаких дополнительных гипотез и не требуя никакой дополнительной информации. Для этого формируется общее множество способов учета неопределенности, на основе которого для каждого варианта решения рассчитываются его жесткий и мягкий рейтинги.

На практике такой метод можно реализовать, лишь если общее множество способов учета неопределенности будет содержать конечное число элементов, а для их перебора будет использована вычислительная техника. Оценим вычислительную сложность метода в этом случае.

Пусть

N_ξ - количество элементов множества неопределенных факторов X_ξ;

m - количество частных критериев;

q - количество частных критериев, измеряемых в качественных (порядковых) шкалах ($q \le m$);

N_u - количество уровней порядковых шкал частных критериев (примем для простоты для всех критериев одинаковым);

h_u - шаг перебора возможных количественных эквивалентов значений качественных критериев (примем для всех критериев одинаковым);

N_G - количество равных интервалов, на которые разбивается область определения порождающей функции – отрезок [0,1];

h_G - шаг перебора возможных значений порождающей функции в точках разбиения ее области определения;

N_α - количество групп важности критериев, используемое ЛПР;

h_α - шаг перебора возможных значений коэффициентов важности частных критериев при использовании ЛПР нескольких групп важности критериев.

Примем для примера количество используемых ЛПР групп важности равным трем («наиболее важные» - «важные» - «менее важные»). Количество уровней в используемых порядковых шкалах качественных критериев примем для примера равным четырем («нулевой» - «низкий» - «средний» - «высокий»). Рассчитаем число переборов P_3 и P_4 соответственно в следующих циклах 1-3 и 1-4:

1. For i=1 to N
2. For j=i+1 to N-1
3. For k=j+1 to N-2

4. For l=k+1 to N-3

При этом используем известные соотношения [7]

(22)
$$\left\{\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n} i = \frac{1+n}{2}n,\\&\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(1+n)(2n+1)}{6},\\&\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(1+n)^2}{4}\end{aligned}\right\}$$

(23)
$$\left\{\begin{aligned}&P_3(N)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N-1}\sum_{k=j+1}^{N-2}k=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N-1}(N-1+j)(N-2-j)=\\&=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N-1}(N^2-3N+2-j-j^2)=\\&=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Big(\sum_{j=i+1}^{N-1}(N^2-3N+2)-\sum_{j=i+1}^{N-1}j-\sum_{j=i+1}^{N-1}j^2\Big).\end{aligned}\right\}$$

Раскрывая далее суммы в выражении (23), мы увидим, что $P_3(N)$ является полиномом 4-й степени относительно N. Можно легко определить коэффициенты этого полинома для $N \geq 3$ методом неопределенных коэффициентов:

(24) $$P_3(N)=3-\frac{25}{4}N+\frac{35}{8}N^2-\frac{5}{4}N^3+\frac{1}{8}N^4.$$

Аналогично

(25) $$P_4(N)=5{,}112-27{,}776N+4{,}868N^2-0{,}4N^3+0{,}026N^4.$$

Обозначим через $[a]$ целую часть числа a. Тогда число вариантов перебора возможных значений количественных значений качественных критериев равно $P_4([1/h_u])$. Число вариантов перебора значений весовых коэффициентов критериев равно $P_3([1/h_\alpha])$. Число вариантов перебора значений порождающей функции равно $P_{N_G-1}([1/h_G])$.

Таким образом, общее количество переборов без учета возможного влияния неопределенных факторов на значения частных критериев (при $N_\xi = 1$), равно $P_4([1/h_u]) \cdot P_3([1/h_\alpha]) \cdot P_{N_G-1}([1/h_G])$. Если принять $h_u = h_\alpha = h_G = 0{,}1,\ N_G = 5$, что вполне достаточно для практических целей, то число переборов равно 224*378*224=18 966 528, т.е. около 20 миллионов. Сложность расчетов при отдельном способе учета неопределенности примерно соответствует (m + 5) операций умножения/деления (примерно 20 тактов). Современный персональный компьютер с тактовой частотой 4 ГГерц может осуществить 20 миллионов операций умножения примерно за 0,1 сек. Таким образом, с комфортным временем отклика 3 с метод МУС может обеспечить решение задач с 20-25 критериями, что более чем достаточно для практических нужд. При необходимости учета неопределенных факторов, влияющих непосредственно на значения частных критериев, время расчета будет возрастать пропорционально числу возможных значений этих факторов N_ξ. Следует заметить, что есть целый ряд возможностей существенного уменьшения времени счета, например, переходом от полного перебора к зондированию множества способов учета неопределенности методом Монте-Карло, структуризацией общей задачи принятия решений на ряд связанных задач и др.

Заключение

Любая сколь-нибудь серьезная задача принятия решений в технике, экономике, социальной сфере содержит неопределенности, вызванные необходимостью учета множества частных критериев рациональности решения, неизбежной «размытостью» исходных данных, используемых шкал измерения. Предлагаемые понятия и связанные с ними методы позволяют ЛПР уменьшить неопределенность в решаемой задаче, используя лишь естественные для него соображения и суждения (относя частные критерии к различным группам важности, указывая несколько условных сравнимых альтернатив). Поэтому они могут быть помещены на верхнем уровне иерархии понятий в онтологии оптимизации.

Автор благодарит В.В. Малышева за многократные полезные обсуждения, способствовавшие появлению данной работы.

Список источников

[1] ***Ларичев, О.И.*** Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. - М.: Логос, 2000. - 295 с.
[2] ***Ларичев, О.И*** Вербальный анализ решений / О.И. Ларичев. – М.: Наука, 2006 – 181 с.
[3] ***Малышев, В.В***. Метод принятия решений в условиях многообразия способов учета неопределенности / В.В. Малышев, Б.С. Пиявский, С.А. Пиявский // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2010. - №1. - С. 46–61.
[4] ***Пиявский, С.А.*** Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов / С.А. Пиявский, В.С. Брусов, Е.А. Хвилон. - М.: «Машиностроение», 1974. - 106 с.
[5] ***Смирнов, О.Л.*** САПР: формирование и функционирование проектных модулей / О.Л. Смирнов, С.А. Падалко, С.А. Пиявский. - М.: Машиностроение, 1987. - 272 с.
[6] ***Пиявский, С.А.*** Методы оптимизации и принятия решений / С.А. Пиявский. – Самара: СГАСУ, 2004.
[7] Инженерный справочник. Таблицы DPVA.info [Электронный ресурс www.dpva.info].

Сведения об авторе

Пиявский Семен Авраамович. Окончил факультет летательных аппаратов Куйбышевского авиационного института в 1964 году, аспирантуру при кафедре динамики полета Московского авиационного института им. С. Орджоникидзе в 1967 году. Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и вычислительной техники Самарского государственного архитектурно-строительного университета. Почетный работник высшей школы РФ, академик Академии наук о Земле и Академии нелинейных наук. Опубликовал более 350 научных работ в области системного анализа, методов оптимизации и принятия решений, математического моделирования, образовательных систем и технологий.

Semen Avraamovich Piyavsky. Graduated from aircraft Kuibyshev Aviation Institute in 1964 and the graduate school at the Flight Dynamics Department at the Moscow Aviation Institute Ordzhonikidze in 1967. Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Computer Science at Samara State University of Architecture and Civil Engineering. Honored Worker of Higher School of Russia, Academician of the Academy of Earth Sciences and Academy of Nonlinear Sciences. He has published over 350 scientific papers in field of system analysis, optimization techniques and decision-making, mathematical modeling, education systems and technologies.