

## СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕСКОЛЬКИХ ВИДОВ АКТИВНОСТИ В СРЕДЕ СЛОЖНЫХ АГЕНТОВ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ

Л.Ю. Жилиякова

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия  
zhilyakova.ludmila@gmail.com

### Аннотация

В работе предложена онтология гетерогенной сети и сетевого поведения её активных акторов (агентов), обладающих внутренней структурой. Потенциальное взаимодействие агентов задаётся взвешенным графом, вершины которого – гетерогенные автоматы с бесконечным числом состояний, а рёбра соответствуют влиянию вершин друг на друга. Активность моделируется распространением целочисленного ресурса – фишек. Вершины обмениваются фишками  $m$  различных типов в дискретном времени. Каждое ребро сети имеет  $m$  неотрицательных весов, характеризующих пропускную способность по каждому типу. На множестве типов фишек задаются отношения и операции, с помощью которых вершины могут не только изменять внутреннее состояние, но и влиять на конфигурацию активности сети в целом. В качестве приложения приведена модель пороговых взаимодействий в социальной сети с двумя видами активности и пятью типами агентов с разными порогами активации.

**Ключевые слова:** сеть автоматов, распространение активности, пороговые модели, социальные сети.

### Введение

Статья посвящена формальному описанию пороговой сетевой модели, в которой распространяется несколько типов целочисленного ресурса (фишек). Вершины такой сети представляют собой автоматы со слотами для некоторых типов фишек. Состояние вершин зависит от количества фишек каждого типа.

Исследованию динамических сетевых моделей посвящено большое число работ. Но, несмотря на разнообразие подходов и широкий диапазон моделируемых задач, в основном это модели распространения *одного* вида активности. Большой класс таких моделей описывается случайными блужданиями или рассеянием на графах (см., например, обзорные работы [1, 2]). Предлагаемая в настоящей работе модель частично заимствует свойства моделей рассеяния на графах. Основное её сходство с моделями рассеяния состоит в том, что при распространении активности не делается предпочтения по путям. Если вершина отдаёт фишки, она отдаёт их одновременно во все исходящие рёбра в пропорции, заданной их пропускными способностями.

Модель является расширением ресурсной сети, предложенной О.П. Кузнецовым и описанной в [3–6] и др. Однако у неё имеется ряд основополагающих отличий от ресурсной сети. В первую очередь это сложная структура вершин – в ресурсной сети вершины могли лишь хранить один вид ресурса и «выстреливали» на каждом такте времени. Не менее важными отличиями являются целочисленность предложенной модели и  $m$ -взвешенность рёбер, что, по сути, соответствует тому, что каждая пара смежных вершин связана между собой  $m$  рёбрами – по одному для каждого типа фишек. Целочисленные пороговые модели на ориентированных и неориентированных графах хорошо исследованы и описаны аналитически.

В [2, 7–10], и ряде других работ описывается игра выстреливания фишек (*chip-firing game*), которая представляет собой графовую пороговую модель, в которой каждая вершина имеет возможность совершить выстрел, только если она имеет больше фишек, чем суммарная пропускная способность исходящих из неё дуг. Такими пороговыми моделями, в частности, описываются явления самоорганизующейся критичности «лавина» или «куча песка (риса)» [11–14]. В основном в этих моделях рассматриваются сети последовательных выстреливаний, когда вершины стреляют по очереди в случайном порядке. Было доказано, что если конечная конфигурация существует, она не зависит от порядка выстреливаний. Поэтому такие модели часто называют «абелевыми кучами песка» [13–14].

Предложенная в настоящей статье модель предполагает, что каждая вершина содержит несколько вершин, описанных в модели *chip-firing game*, в виде слотов, но не является их простой суммой. В зависимости от состояния вершина может по-разному реагировать на приход фишек разного типа, в том числе изменять тип пришедших фишек и перекладывать их в другие слоты. Похожие эффекты моделируются в генных сетях [15]. Генная сеть задаётся ориентированным помеченным графом, вершины которого трактуются как некие биологические элементы, имеющие разную степень концентрации, изменяющуюся во времени. При этом сеть может быть разнородной в том смысле, что различные её фрагменты могут функционировать в соответствии с различными правилами. Процессы в генных сетях описываются, как правило, дифференциальными уравнениями [16], однако к нашей задаче гораздо ближе дискретные автоматные модели [17]. Динамику сети можно рассматривать как последовательность состояний, переходы между которыми определяются её структурой.

Для описания генных регуляторных сетей С. Кауфман в 1969 г. предложил модель, которую назвал случайной булевой сетью [18]. За прошедшее время булевы сети завоевали признание во многих областях. Их применяют в информационной биологии, в социальных науках, в частности, в математическом моделировании социальных сетей [19–20], дискретно-автоматные модели используются для исследования феномена конформного поведения [21].

В настоящей работе предлагаются целочисленные многопродуктовые сети автоматов, не сводимые к булевым сетям. Отдельно рассмотрен редуцированный частный случай предложенной общей модели для моделирования распространения двух видов противоположной активности в социальной сети.

Исследование социальных сетей – достаточно молодая и активно развивающаяся область. Уже получено много интересных результатов об общих закономерностях структуры социальных сетей (свойство тесного мира, степенной закон распределения степеней (безмасштабность), модулярность, феномен клуба богатых, ассортативность и т.д.) и о происходящих в них различных динамических процессах [22, 23]. Условно динамику сетей можно разбить на два взаимовлияющих класса: более медленная динамика изменения топологии и более быстрая динамика распространения активности.

В области моделирования процессов распространения активности в социальных сетях разрабатываются разнообразные математические модели: модели с порогами и модели независимых каскадов [24–27], модели распространения эпидемий [28, 29], модели марковских цепей [30–32] и ряд других. На основе этих моделей решаются различные задачи оптимизации, в частности, определения начального множества активных агентов, которые обеспечивают максимальное распространение активности по сети [24, 33]. Модели управления социальными сетями были предложены и развиты в ряде работ [33–36].

Отдельная большая область – моделирование влияния и влиятельности – связана с исследованиями в политологии и социальной психологии. В этой области исследуются взаимосвязи социальной власти и социального влияния, взаимовлияния большинства и меньшинства, разрабатываются модели убеждений и социального воздействия [37–40].

В многоагентных системах важной задачей является поиск консенсуса между агентами для выполнения согласованных действий и для принятия коллективных решений. Математическая модель поиска консенсуса в сети агентов с заданной матрицей влияний была построена в [41]. Онтологический подход при поиске согласованных решений описан в [42, 43].

Еще одно направление связано с разработкой методов расчета влиятельности пользователей. Для таких расчетов модифицируют методы ранжирования веб-страниц и наукометрические методы [44, 45]. Влияние агента является числом и определяет силу взаимодействия; природа влияния не раскрывается.

В настоящей статье в качестве приложения гетерогенной автоматной модели описана модель распространения двух антагонистических видов активности в социальной сети, агенты которой наделены внутренней структурой и рассчитывают своё состояние исходя из активности смежных вершин и из своих личностных предпочтений, заданных несколькими параметрами. Таким образом, имеется сеть неоднородных автоматов, каждый из которых выбирает действие на текущем такте дискретного времени в зависимости от состояния влияющих на него автоматов и от своего внутреннего состояния.

## 1 Описание модели

Сеть задаётся ориентированным графом  $G = (V, E)$ ,  $|V| = n$ .

Задано множество типов (цветов) фишек  $C = \{\circ, \bullet, \dots, \bullet\}$ .  $|C| = m$ . Будем называть эти цвета их номерами:  $C = \{1, 2, \dots, m\}$ .

Вершины сети  $v_i \in V$  – автоматы, содержащие некоторое количество *слотов* для хранения фишек. Слот типа  $k$  может хранить фишки типа  $k$ ,  $k \in [1, \dots, m]$ . Всего существует  $2^m - 1$  наборов слотов из  $m$  цветов. В сети могут присутствовать вершины, содержащие произвольные наборы.

Сеть, в которой имеются вершины, содержащие разные наборы слотов, будем называть *гетерогенной*.

Вершины сети с различными наборами слотов представлены на рисунке 1.

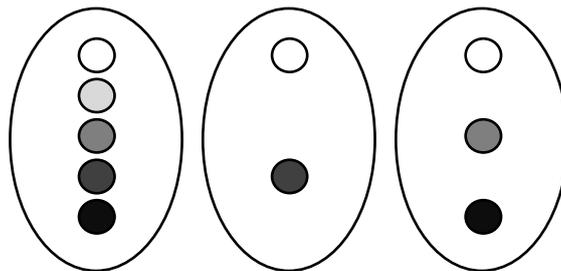


Рисунок 1 – Вершины, содержащие разные наборы слотов

Слоты в вершине на каждом такте времени  $t$  могут иметь фишки своего типа или оставаться пустыми. Пустые слоты потенциально способны иметь фишки. Если вершина не имеет слота для данного цвета, то эти фишки она принять не может.

На рисунке 2 схематически показаны различия между пустым слотом (0 фишек) и отсутствием слота (null).

Количества фишек в каждом слоте задают *состояние* вершины на такте  $t$ . Состояние вершины – вектор длины  $m$ , в котором для каждого типа с имеющимся слотом указывается количество фишек (если фишек нет, то значением будет 0); для несуществующих у данной вершины типов указывается значение null.

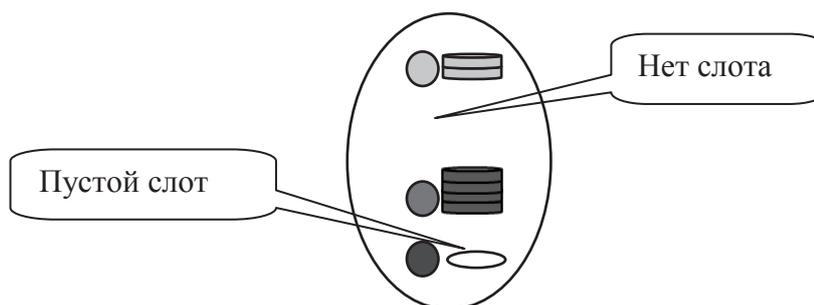


Рисунок 2 – Фишки в вершинах

Количество фишек типа  $c_l$  в вершине  $v_i$  – соответственно  $q_{il}(t)$ ; состояние вершины – вектор  $Q_i(t)$  длины  $m$ .

Состояние сети – матрица  $(Q(t))_{n \times m}$ .

Вершины обмениваются фишками в дискретном времени  $t$  по ребрам, имеющим различные пропускные способности.

Пропускные способности – целочисленные величины. Каждое ребро имеет  $m$  пропускных способностей: по каждому типу они могут различаться. Если ребро не может проводить фишки определённого типа, пропускная способность его по этому типу равна нулю.

Сеть, состоящая из трёх вершин с разной внутренней структурой и связывающих их рёбер, представлена на рисунке 3.

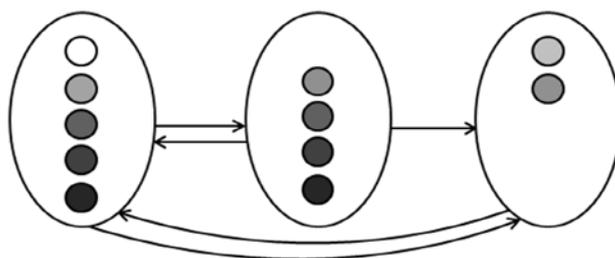


Рисунок 3 – Фрагмент сети – вершины с разными наборами слотов и связывающие их рёбра

Каждый слот в вершине имеет некоторую глубину (рисунок 4). Глубина слота – это порог активности. Если глубина слота нулевая, вершина становится активной, получив единственную фишку данного цвета.

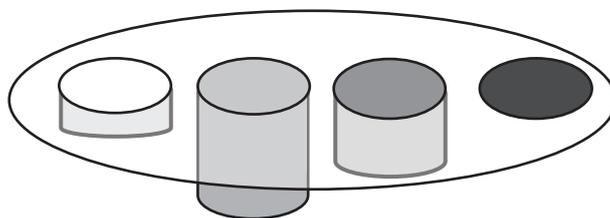


Рисунок 4 – Глубина слотов вершины

## 1.1 Отношения на типах фишек

На типах фишек задаются различные отношения, поэтому рёбра могут существовать не только между вершинами, имеющими одинаковые слоты. Таким образом, сеть не распадается на  $m$  одноцветных сетей, наложенных друг на друга.

*Замечание.* Термин «отношение» используется здесь в теоретико-множественном смысле. Рассматриваются отношения арности от 2 до 4. Для каждого бинарного отношения можно определить свойства рефлексивности, симметричности и транзитивности. Однако под отношением также понимается способность типов вступать в некоторое взаимодействие друг с другом. В этом ключе заданные нами подмножества соответствующих степеней множества  $S$  определяются своей семантикой.

- 1) *Отношение эквивалентности.* Каждый тип эквивалентен сам себе. Вершины с одинаковыми слотами могут обмениваться фишками одинакового типа, если они смежны.
- 2) *Отношение заменимости:*  $l \rightarrow r$ . Если в вершину  $v_i$ , связанную с вершиной  $v_j$  ребром  $e_{ij}$ , на такте  $t$  пришли фишки типа  $l$ , а в вершине  $j$  нет слота  $l$ , но имеется слот  $r$ , то она получит ресурс типа  $l$ , «чужой» для неё с некоторой вероятностью  $p_{lr|ij}$ , зависящей от типов  $l$  и  $r$  и от пропускной способности ребра.

Фишки, попадая не в свой слот, изменяют цвет на цвет слота.

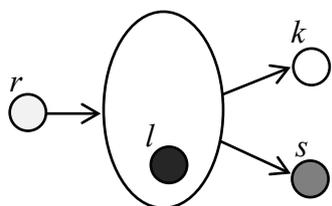
Это бинарное отношение антирефлексивно, несимметрично и нетранзитивно.

- 3) *Отношение склеивания* (тернарное отношение). Тот факт, что тройка  $(r, l, k)$  принадлежит этому отношению, будем записывать как « $r + l = k$ ». Если в вершине нет слотов типа  $r$  и  $l$ , но есть слот типа  $k$ , то получив по фишке типов  $r$  и  $l$ , она положит в свой слот фишку  $k$ .

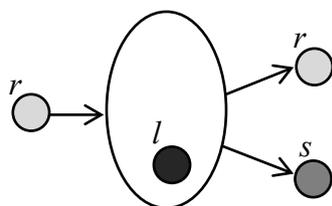
- 4) *Отношение расщепления.* Будем записывать его в виде:  $r + l = k + s$ . Это отношение может быть трёх- и четырёхместным.

Если в слоте  $l$  есть фишка, и к нему приходит фишка типа  $r$ , то фишка типа  $l$  исчезает, а на выход передаются фишки типов  $k$  и  $s$  (рисунок 5a). Это отношение превращается в трёхместное, если тип фишки на входе совпадает с типом одной из фишек на выходе, т.е.  $k = r$ , (рисунок 5b).

Операция «сложения» слева от знака равенства некоммутативна. Так, если выполняется  $r + l = k + s$ , равенство  $l + r = k + s$  может не выполняться, так как оно соответствует конфигурации, представленной на рисунке 6, которая не эквивалентна конфигурации на рисунке 5a.



(a)



(b)

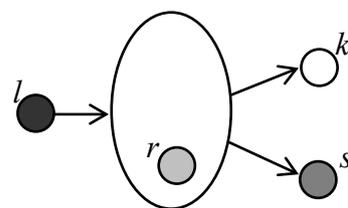


Рисунок 6 – Расщепление, двойственное расщеплению на рисунке 5a

Рисунок 5 – Два типа отношения расщепления: (a) – четырёхместное отношение, (b) – трёхместное отношение

- 5) *Отношение катализа:*  $r \uparrow l$  приход в вершину фишек типа  $r$  запускает внутреннюю реакцию, в результате которой возникают фишки в слоте  $l$ . Это отношение антирефлексивно, несимметрично и нетранзитивно.
- 6) *Отношение блокировки:*  $r \geq l$ . Если один тип превосходит другой, то вершина, имеющая фишки большего типа выше порогового значения (активная по большему типу), не может активизироваться по меньшему типу, даже если смежные с ней вершины активны по меньшему типу. Это отношение является частичным порядком.
- 7) *Отношение вытеснения:*  $r \lceil k$ . Если вершина  $v_i$ , имеющая слоты типов  $r$  и  $k$ , на такте  $t$  получила фишки типа  $r$ , на такте  $t + 1$  из слота  $k$  исчезнут все фишки, которые там были. Это отношение может быть симметричным и несимметричным.

## 1.2 Функционирование сети

### 1.2.1 Динамика количества фишек

Модель является открытой. Фишки в ней появляются, исчезают и изменяют тип. Выполнение закона сохранения не является обязательным ни для каждого отдельно взятого типа, ни для суммарного количества фишек в целом. Однако поскольку в настоящем разделе мы описываем лишь некоторую концепцию сети гетерогенных автоматов с несколькими видами активности, то вполне возможно, что при частных её реализациях появится требование сохранения количества фишек определённого типа.

Некоторые вершины сети способны генерировать фишки определённого типа (на рисунке 7 они обозначены звездочками).

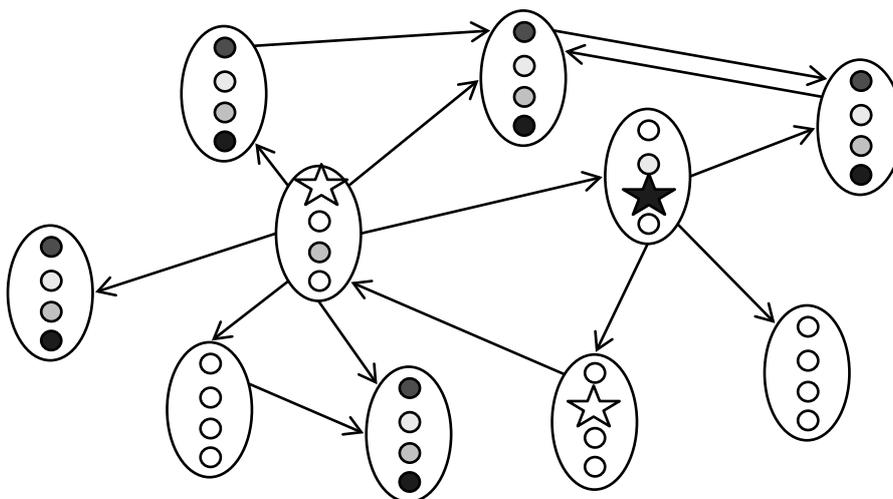


Рисунок 7 – Сеть с вершинами, генерирующими фишки

Другая интерпретация появления нового ресурса в сети – его приход через множество граничных вершин, способных принимать фишки того или иного типа извне. Заметим, что в терминах модели нельзя отличить, были ли эти фишки сгенерированы самой вершиной или получены из какого-либо внешнего источника. Поэтому будем считать, что в некоторых помеченных вершинах фишки могут возникать случайным образом. На каждом такте  $t$  возникновение фишек типа  $k$  происходит стохастически – с некоторой вероятностью  $p_k$ ,  $k = 1, \dots, m$ .

Вероятности могут зависеть не только от типа фишек, но также от того, в какой вершине находится слот. Более того,  $p_k$  могут быть функциями от текущего состояния сети: количества фишек каждого типа.

В сети может происходить не только возникновение, но и исчезновение фишек. Исчезать могут фишки во всех вершинах. При долгом бездействии по определённому типу вершина, имеющая подпороговое количество фишек этого типа, начинает их терять. Этот процесс можно интерпретировать как забывание.

### 1.2.2 Распространение фишек

Если количество фишек данного типа в вершине  $v_i$  в момент  $t$  не превосходит глубину слота, то на данном такте вершина по этому типу не активна. Если в вершине на такте  $t$  количество фишек определённого типа превысило глубину слота, она активизируется по этому типу.

Активность в сети будем называть *постоянной*, если при её функционировании каждый тип фишек остаётся неизменным, то есть фишки не вступают в отношения заменимости, склеивания, расщепления и катализа. Постоянная активность, в свою очередь, может быть чистой и смешанной (по нескольким не конкурирующим типам).

*Переменная активность* – это активность, в которой хотя бы раз произошла смена цвета фишек.

По способу распространения фишки делятся на *тиражируемые* и *нетиражируемые*.

Тиражируемые фишки при превышении глубины слота уходят из вершины по всем выходным исходящим ребрам – по полной пропускной способности в каждое ребро. Слот при этом теряет долю  $\mu$  находившихся в нём фишек. Распространение тиражируемых фишек хорошо описывает информационные процессы в социальных сетях.

Нетиражируемые фишки при «выстреливании вершины» отдаются в рёбра в очередности, соответствующей пропускным способностям: в каждое ребро поочередно отдаётся по полной пропускной способности, начиная с наибольшей. Процесс завершается, когда фишки сверх порогового значения заканчиваются. Очередность может изменяться для конкретных моделей. Закон сохранения для нетиражируемых фишек может не выполняться, так как они стохастически «вбрасываются» в сеть при функционировании и «забываются» при отсутствии данной активности.

В зависимости от моделируемой предметной области в сети могут быть только тиражируемые или только нетиражируемые фишки.

## 2 Модель социальной сети с пятью типами агентов

Рассмотрим социальную сеть с множеством агентов  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , заданную ориентированным графом  $G = (V, E)$ , где  $E \subseteq V \times V$  – множество взвешенных рёбер. Агенты в сети влияют друг на друга – наличие ребра  $e_{ij}$  от вершины  $v_i$  к вершине  $v_j$  соответствует влиянию  $i$ -го агента на  $j$ -го, а его вес  $r_{ij} \in \mathbf{N}$  обозначает степень влияния.

Вершины представляют собой автоматы, которые могут находиться в счётном множестве состояний. На каждом шаге дискретного времени  $t$  вершина выбирает одно из трёх действий: два вида активности и бездействие.

В сети передаются фишки двух типов. Будем называть эти типы 1 и 2. Типы 1 и 2 – два вида антагонистической активности (революционная/реакционная, созидательная/разрушительная, движение остроконечников/тупоконечников и т.п.).

Пропускная способность рёбер по обоим типам активности полагается одинаковой.

### 2.1 Состояния агентов и их взаимное влияние

Агенты в сети представлены автоматными вершинами, имеющими два слота некоторой глубины – по одному для каждого типа активности. Глубины слотов вершины  $v_j$  будем обозначать  $d_{j1}, d_{j2}$ . Кроме этого, у каждой вершины есть два параметра, показывающие отношение агента к каждому из видов активности:  $s_{jk} \in \{-1, +1\}$ ,  $k = 1, 2$ . Положительное отношение задаётся значением параметра  $+1$ , отрицательное, соответственно,  $-1$  (рисунок 8).

Отношения вершины к двум видам активности могут комбинироваться по-разному. В таблице 1 представлены все возможные комбинации.

В случаях 1 и 2, когда оба параметра  $s_{jk}$  и  $s_{j,3-k}$  имеют разные знаки, агенты имеют внутренние убеждения относительно видов активности, при этом один из них расценивают как положительный, другой – как отрицательный. При этом глубины слотов для двух видов активности могут сильно отличаться. Глубина слота соответствует порогу активации вершины,

и поэтому, чем она меньше, тем легче вершина активируется. Для случаев 1 и 2 активность со знаком «+» будем называть для вершины *своей*. Какой бы слот ни заполнился раньше, вершина активируется только по своему типу.

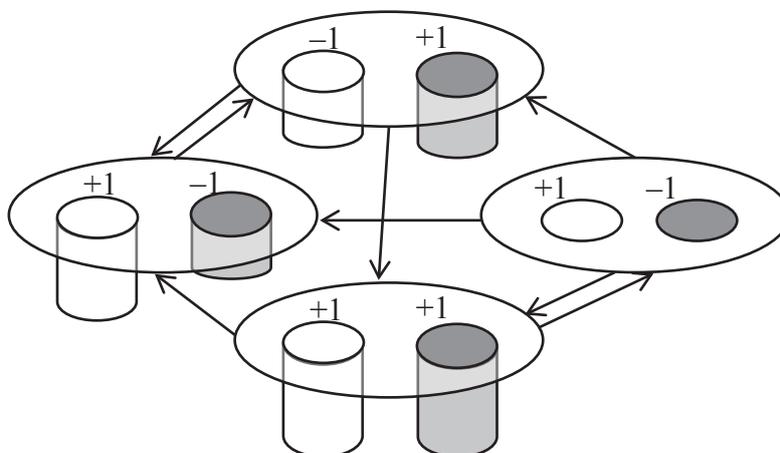


Рисунок 8 – Структура агентов социальной сети

Таблица 1 – Комбинации значений параметров  $s_{j1}$ ,  $s_{j2}$  для отдельной вершины

Случаи	$s_{j1}$	$s_{j2}$
1.	+1	-1
2.	-1	+1
3.	+1	+1

Случай 3 описывает ситуацию, когда агент не имеет чётко выраженной позиции к данным типам активности. Однако он тоже может стать активным, если превышен его порог активации. При этом он активизируется по тому типу, для которого произойдет наполнение слота. Такой агент поддаётся очарованию толпы и действует с большинством. Если наполнение двух слотов произошло в один и тот же момент времени, в качестве «своего» вершина выбирает один из них с равной вероятностью.

Случай  $s_{jk} = s_{j,3-k} = -1$  не рассматривается, так как такой агент не может начать действовать ни по одному из типов.

Глубины слотов  $d_{j1}$ ,  $d_{j2}$  линейно зависят от полустепени захода вершины  $v_j$ . В пороговых моделях распространения активности вершина активируется, если доля её активных соседей превышает некоторый порог. В нашей модели в качестве порога выступает глубина слота, поэтому для того чтобы задать аналог доли активных вершин, зададим глубины формулами:

$$(1) \quad d_{jk} = \alpha_{jk} r_j^{in}, \quad k = 1, 2.$$

Здесь  $r_j^{in}$  – полустепень захода вершины  $v_j$ . Глубины слотов зависят (каждая со своим коэффициентом  $\alpha_{jk}$ ) от взвешенного количества вершин, влияющих на данную; причём, весом служит сила влияния каждой из вершин.

Таким образом, при неизменной топологии сети каждая вершина однозначно определяется четырьмя параметрами:  $\alpha_{j1}$ ,  $\alpha_{j2}$ ,  $s_{j1}$ ,  $s_{j2}$ .

Параметры  $\alpha_{jk}$  не просто задают взвешенную долю активных вершин, соседних с данной. Глубины слотов введены затем, чтобы в модели естественным образом учитывалась память, и если процесс протекает более одного такта, величины  $\alpha_{jk}$  задают пороговые значения текущей активности соседей вершины с учётом их предыдущей активности.

Из формулы (1) следует, что глубины слотов могут быть нецелочисленными. Ресурс, содержащийся в слотах, также может быть нецелочисленным. Внутренние состояния вершин на каждом такте определяются «наполнением» двух слотов и могут иметь нецелые значения. В отличие от «фишек», представляющих внутреннюю активность вершины, наполнение слотов будем называть «ресурсом», чтобы подчеркнуть его нецелочисленность. Входящие в вершину фишки суммируются с внутренним ресурсом, определяющим её состояние. Состояние вершины зависит не только от числа активных соседей на данном такте (как обычно бывает в пороговых моделях), но и от истории развития процесса. Эта зависимость нелинейна. Если бы фишки в неактивных вершинах на каждом такте просто суммировались, любая вершина, глубины слотов которой меньше бесконечности, рано или поздно стала бы активной.

Если вершина активизируется, она выстреливает фишками, отдавая в каждое выходное ребро по полной пропускной способности, независимо от того, сколько ресурса было в её слотах. Оба слота при этом опустошаются, и их история начинается заново.

Рассмотрим закон изменения ресурса в слотах при распространении активности в сети.

Будем подразумевать, что такт времени в сети состоит из двух полутактов. На первом полутакте в зависимости от своего текущего состояния вершина либо молчит, либо активизируется по своему типу. В конце первого полутакта слоты всех активных вершин опустошаются. На втором полутакте вершины принимают фишки из других вершин и пересчитывают содержимое слотов.

Обозначим через  $c_{jk}(t)$  количество ресурса типа  $k$  в вершине  $v_j$  в конце такта  $t$ . Эти значения соответствуют состоянию, в котором вершина получила фишки типов 1 и 2, вышедшие из смежных вершин на первом полутакте, и пересчитала значения в своих слотах.

Пусть  $c_{jk}^{in}(t)$  – количество фишек типа  $k$ , пришедших в вершину  $v_j$  в конце такта  $t$ ,  $k = 1, 2$ . Тогда:

$$c_{jk}(t) = \mu c_{jk}(t-1) + c_{jk}^{in}(t),$$

где  $0 < \mu < 1$  – коэффициент дисконтирования.

Зависимость состояния слота  $k$  вершины  $v_j$  на такте  $t+n$  от истории, начиная с такта  $t$ , описывается формулой:

$$c_{jk}(t+n) = \mu^n c_{jk}(t) + \dots + \mu c_{jk}(t+n-1) + c_{jk}^{in}(t).$$

Таким образом, варьируя значение  $\mu$ , можно получить системы с разной длиной и силой памяти. При малых значениях  $\mu$  состояния на прошлых тактах оказывают незначительное влияние на текущее состояние. При  $\mu = 0$  получится классическая пороговая модель распространения активности (с тем отличием, что в классической модели распространяется одна активность, а не два противоположных вида). При  $\mu = 1$  имеем линейное накопление ресурса в слотах. Такая модель приведёт к активности всей сети в некоторый конечный момент времени. Промежуточные значения вместе с наборами параметров вершин задают различные типы динамики активности в сети.

## 2.2 Глубина слотов

Опишем интерпретацию глубины слотов в терминах свойств агентов социальной сети. Пусть некоторая вершина  $v_j$  имеет набор параметров:  $\{s_{j1}, s_{j2}, \alpha_{j1}, \alpha_{j2}\} = \{+1, -1, 0.2, 0.99\}$ . Первые два параметра –  $s_{j1}$  и  $s_{j2}$  – означают, что агент имеет некоторые убеждения, и первую активность считает *своей*. Параметры  $\alpha_{j1}$  и  $\alpha_{j2}$  задают толерантность агента к активности своего окружения. Чем выше их значения, тем устойчивее агент к внешней активности. Так, агент, описываемый вершиной  $v_j$ , легко активизируется в благоприятной (дружественной) среде, и почти никогда – в среде с чуждыми ему убеждениями. Набор параметров  $\{+1, -1, 0.99, 0.2\}$  характеризует агента с сильным чувством противоречия. Если вокруг превалирует

«своя» для него активность, он молчит, потому что всё хорошо и без его участия. Однако, если активность для него чужеродна, он считает своим долгом активизироваться сам – в противовес большинству. Если у агента оба порога низки, это означает, что он легко активизируется при любой внешней активности. Большая высота обоих порогов характеризует осторожных агентов.

Напомним, что какой бы слот ни наполнился первым, агент, для которого  $s_{j1} \times s_{j2} < 0$ , всегда активизируется по *своему* типу. При этом оба слота становятся пустыми.

### 2.3 Типы агентов

Любая вершина задается четвёркой:  $v_j \leftrightarrow \{s_{j1}, s_{j2}, \alpha_{j1}, \alpha_{j2}\}$ , а её состояние определяется набором  $c_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ . По значениям параметров  $s_{j1}, s_{j2}, \alpha_{j1}, \alpha_{j2}$  каждая вершина представляет агента одного из попарно непересекающихся классов:

$$V = V_{R1} \cup V_{R2} \cup V_A \cup V_C \cup V_P,$$

где

- $V_{R1}$  – агенты-революционеры;
- $V_{R2}$  – агенты-реакционеры;
- $V_A$  – осмотрительные агенты;
- $V_C$  – агенты-конформисты;
- $V_P$  – пассивные агенты.

Каждый класс характеризуется своим набором состояний и правилами выбора действия. Рассмотрим наборы действия для каждого из перечисленных типов.

#### **Революционеры и реакционеры**

Количество вершин в классах  $V_{R1}$  и  $V_{R2}$  относительно мало. Это те пассионарные агенты, которые не имеют порога активации.

Четвёрка  $\{s_{j1}, s_{j2}, \alpha_{j1}, \alpha_{j2}\}$  для *агентов-революционеров* имеет вид:  $\{+1, -1, 0, 0\}$ , для *агентов-реакционеров* – соответственно:  $\{-1, +1, 0, 0\}$ .

У этих вершин нет памяти. Они становятся активными, как только к ним приходит фишка любого цвета. Революционеры отличаются от реакционеров лишь тем, что они могут начинать активность. Реакционеры – лишь отвечают на активность других агентов сети.

#### **Осмотрительные агенты**

Осмотрительные агенты, так же как и агенты первых двух типов, имеют свои убеждения, то есть, для них выполняется:  $s_{j1} \times s_{j2} < 0$ . Однако они склонны действовать осторожно, и коэффициенты  $\alpha_{j1}, \alpha_{j2}$  у этих агентов варьируются в интервалах  $(0, 1)$ , не принимая крайних значений.

#### **Конформисты**

Агенты-конформисты не отдадут предпочтения виду активности. Для них  $s_{j1} = +1$ ,  $s_{j2} = +1$ . Параметры  $\alpha_{j1}, \alpha_{j2}$ , как правило, равны между собой, хотя могут колебаться в достаточно широком диапазоне.

При малых значениях  $\alpha_{j1}, \alpha_{j2}$ , имеем «агентов-хулиганов», поддерживающих любую активность ради самой активности. При больших значениях  $\alpha_{j1}, \alpha_{j2}$ , агент активизируется, поддаваясь влиянию большой толпы.

#### **Пассивные агенты**

Пассивные агенты всегда имеют  $\alpha_{j1}, \alpha_{j2} = \infty$ , и никакая активность соседних вершин не в состоянии вовлечь эти вершины в активность.

## 2.4 Примеры функционирования сети

*Пример 1.* Рассмотрим функционирование сети, представленной графом с тремя вершинами. В сети присутствуют агент-революционер (вершина 1), агент-конформист (вершина 2) и осмотрительный агент (вершина 3). Параметры представлены на рисунке 9. Все пропускные способности равны 1.

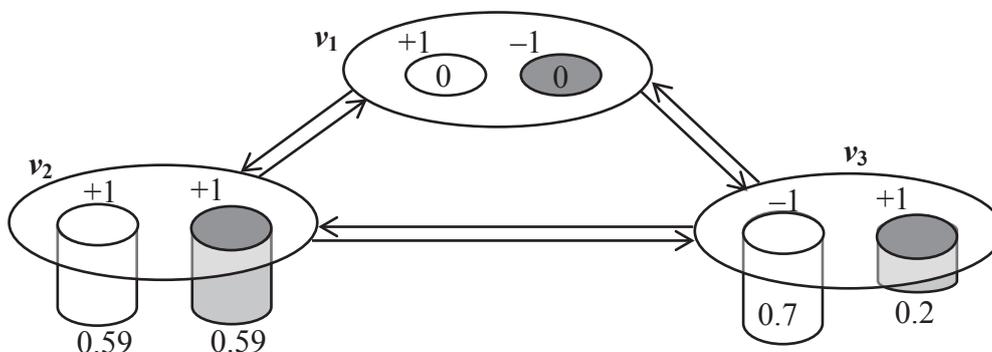


Рисунок 9 – Сеть с тремя агентами

Рассмотрим динамику сети при  $\mu = 0.1$ . Типы активностей будем обозначать 1 и 2. Приведем основные характеристики вершин в таблице 2.

Таблица 2 – Параметры вершин сети с тремя агентами

Агенты	$r_j^{in}$	$\alpha_{j1}$	$\alpha_{j2}$	$d_{j1}$	$d_{j2}$
$v_1$	2	0	0	0	0
$v_2$	2	0.59	0.59	1.18	1.18
$v_3$	2	0.7	0.2	1.4	0.4

Два полутакта такта  $t$  будем обозначать как  $t.1$  и  $t.2$ .

- $t = 1.1$ . Вершина  $v_1$  выстреливает двумя фишками в вершины  $v_2$  и  $v_3$ .
- $t = 1.2$ . Количество фишек в слотах вершин будет следующим:

$$\begin{aligned} c_{11}(1) &= 0, & c_{12}(1) &= 0; \\ c_{21}(1) &= 1, & c_{22}(1) &= 0; \\ c_{31}(1) &= 1, & c_{32}(1) &= 0. \end{aligned}$$

Пороги вершин  $v_2$  и  $v_3$  не превышены.

- $t = 2.1$ . Вершины  $v_2$  и  $v_3$  молчат. Вершина  $v_1$  вновь выстреливает двумя фишками в вершины  $v_2$  и  $v_3$ .
- $t = 2.2$ :

$$\begin{aligned} c_{11}(2) &= 0, & c_{12}(2) &= 0; \\ c_{21}(2) &= 0.1 \cdot 1 + 1 = 1.1, & c_{22}(2) &= 0; \\ c_{31}(2) &= 0.1 \cdot 1 + 1 = 1.1, & c_{32}(2) &= 0. \end{aligned}$$

Пороги вершин  $v_2$  и  $v_3$  снова не превышены, и на такте  $t = 3$  они снова молчат.

Легко видеть, что  $c_{21}(n) = c_{31}(n) = 1.1 \dots 1$ , и этого значения не достаточно, чтобы достичь глубины слотов в обеих вершинах. Они молчат всегда, сколь долго бы ни была активна вершина  $v_1$ . Таким образом, вершине  $v_1$  не удаётся активизировать соседние с ней вершины.

*Пример 2.* Рассмотрим динамику в той же сети с параметром  $\mu = 0.2$ .

- $t = 1.1$ . Вершина  $v_1$  выстреливает двумя фишками в вершины  $v_2$  и  $v_3$ .
- $t = 1.2$ :

$$\begin{aligned} c_{11}(1) &= 0, & c_{12}(1) &= 0; \\ c_{21}(1) &= 1, & c_{22}(1) &= 0; \end{aligned}$$

$$c_{31}(1) = 1,$$

$$c_{32}(1) = 0.$$

Пороги вершин  $v_2$  и  $v_3$  не превышены.

- $t = 2.1$ . Вершины  $v_2$  и  $v_3$  молчат. Вершина  $v_1$  выстреливает двумя фишками в вершины  $v_2$  и  $v_3$ .

- $t = 2.2$ . Количество фишек в слотах вершин будет следующим:

$$c_{11}(2) = 0,$$

$$c_{12}(2) = 0;$$

$$c_{21}(2) = 0.2 \cdot 1 + 1 = 1.2,$$

$$c_{22}(2) = 0;$$

$$c_{31}(2) = 0.2 \cdot 1 + 1 = 1.2,$$

$$c_{32}(2) = 0.$$

Ресурс в вершине  $v_2$  превысил порог, в вершине  $v_3$  – нет.

- $t = 3.1$ . Вершины  $v_1$  и  $v_2$  выстреливают фишками типа 1. Вершина  $v_3$  молчит.

- $t = 3.2$ :

$$c_{11}(3) = 1,$$

$$c_{12}(3) = 0;$$

$$c_{21}(3) = 1,$$

$$c_{22}(3) = 0;$$

$$c_{31}(3) = 0.2 \cdot 1.2 + 2 = 2.24,$$

$$c_{32}(3) = 0.$$

- $t = 4.1$ . На этом такте вершина  $v_2$  молчит, потому что, выстрелив, она утратила весь запас ресурса в слоте, и ей нужно набирать его заново. Вершина  $v_3$  стреляет, причём, хотя у неё превышена глубина слота 1, активируется она по типу 2. Вершина  $v_1$  стреляет, как и раньше, фишками типа 1.

- $t = 4.2$ :

$$c_{11}(4) = 0,$$

$$c_{12}(4) = 1;$$

$$c_{21}(4) = 0.2 \cdot 1 + 1 = 1.2,$$

$$c_{22}(4) = 1;$$

$$c_{31}(4) = 1,$$

$$c_{32}(4) = 0.$$

- $t = 5.1$ . Вершины  $v_1$  и  $v_2$  выстреливают по типу 1. Вершина  $v_3$  молчит.

- $t = 5.2$ :

$$c_{11}(5) = 1,$$

$$c_{12}(5) = 0;$$

$$c_{21}(5) = 1,$$

$$c_{22}(5) = 1;$$

$$c_{31}(5) = 0.2 \cdot 1 + 2 = 2.2,$$

$$c_{32}(5) = 0.$$

- $t = 6.1$ . Вершина  $v_1$  выстреливает по типу 1. Вершина  $v_3$  выстреливает по типу 2. Вершина  $v_2$  молчит.

- $t = 6.2$ :

$$c_{11}(6) = 0,$$

$$c_{12}(6) = 1;$$

$$c_{21}(6) = 1.2,$$

$$c_{22}(6) = 1.2;$$

$$c_{31}(6) = 1,$$

$$c_{32}(6) = 0.$$

- $t = 7$ . С этого шага вершина  $v_2$  вносит неопределённость в дальнейшую динамику сети, так как она имеет одинаковое количество ресурса в двух слотах и с равной вероятностью может стать активной по каждому из типов.

Схематично представим эту динамику на рисунке 10.

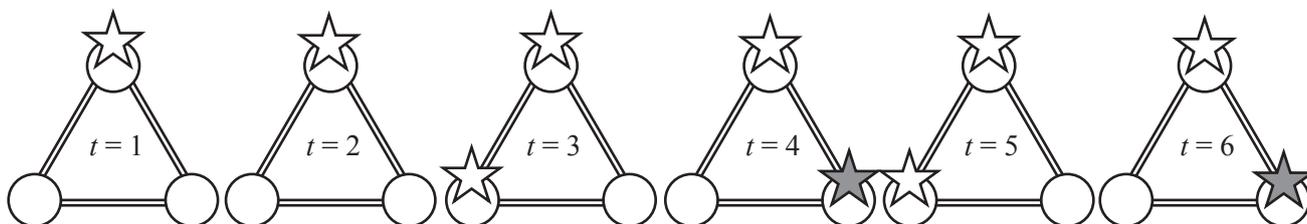


Рисунок 10 – Первые шесть тактов динамики сети, заданной на рисунке 9 с параметром  $\mu = 0.2$

*Пример 3.* Рассмотрим эту же сеть, заменив параметры  $\alpha_{21}$  и  $\alpha_{22}$  со значения 0.59 на 0.4 (рисунок 11). Параметру  $\mu$  вернём при этом значение 0.1, как было в первом примере.

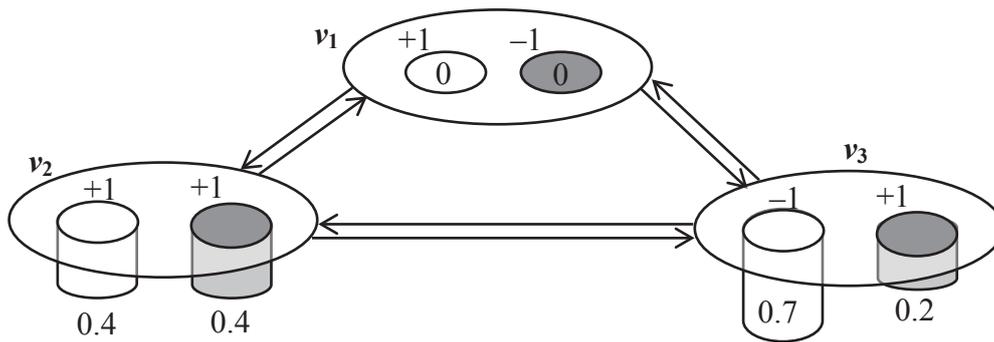


Рисунок 11 – Сеть с тремя агентами при новых параметрах второго агента

Таблица с характеристиками вершин будет следующей.

Таблица 3 – Измененные параметры вершин сети с тремя агентами

Агенты	$r_j^{in}$	$\alpha_{j1}$	$\alpha_{j2}$	$d_{j1}$	$d_{j2}$
$v_1$	2	0	0	0	0
$v_2$	2	0.4	0.4	0.8	0.8
$v_3$	2	0.7	0.2	1.4	0.4

Рассмотрим динамику полученной сети.

- $t = 1.1$ . Вершина  $v_1$  выстреливает двумя фишками в вершины  $v_2$  и  $v_3$ .
- $t = 1.2$ :

$$\begin{aligned} c_{11}(1) &= 0, & c_{12}(1) &= 0; \\ c_{21}(1) &= 1, & c_{22}(1) &= 0; \\ c_{31}(1) &= 1, & c_{32}(1) &= 0. \end{aligned}$$

Пороги вершин  $v_2$  и  $v_3$  не превышены.

- $t = 2.1$ . Вершины  $v_2$  и  $v_3$  молчат. Вершина  $v_1$  выстреливает двумя фишками в вершины  $v_2$  и  $v_3$ .

$$\begin{aligned} c_{11}(2) &= 1, & c_{12}(2) &= 0; \\ c_{21}(2) &= 1, & c_{22}(2) &= 0; \\ c_{31}(2) &= 0.1 \cdot 1 + 2 = 2.1, & c_{32}(2) &= 0. \end{aligned}$$

- $t = 2.2$ . Активируется вершина  $v_2$ . (Легко видеть, что одной фишки из  $v_1$  вершине  $v_2$  достаточно, чтобы быть активной всегда.)
- $t = 3.1$ . На этом такте активны все три вершины. Третья, как и раньше, активна по типу 2.
- $t = 3.2$ :

$$\begin{aligned} c_{11}(3) &= 1, & c_{12}(3) &= 1; \\ c_{21}(3) &= 1, & c_{22}(3) &= 1; \\ c_{31}(3) &= 2, & c_{32}(3) &= 0. \end{aligned}$$

Начиная с третьего такта все вершины сети активны, причём, активность вершин  $v_1$  и  $v_3$  детерминирована (тип 1 для  $v_1$  и тип 2 для  $v_3$ ), активность вершины  $v_2$  изменяется стохастически.

Эти три примера наглядно показывают, что даже в такой простой сети, представленной полным графом с тремя вершинами, небольшие изменения малого числа параметров приводят к совершенно несходным траекториям.

## Заключение

В работе представлена онтологическая модель сети неоднородных автоматов, в которой распространяется несколько видов целочисленного ресурса (фишек). Модель предназначена для описания систем с несколькими видами взаимодействующих активностей. Изложены основные концепции построения модели и предложен ряд отношений на типах фишек, который может изменяться и пополняться в зависимости от моделируемой предметной области.

По существу модель представляет собой онтологию проектирования [46, 47] различных предметных областей со сложными акторами и несколькими видами активности, которой они могут обмениваться.

Описано применение этой модели (с двумя типами фишек и редуцированным набором отношений) при исследовании динамических процессов, происходящих в социальной сети с двумя антагонистическими видами активности. Предложен инструмент, позволяющий настраивать индивидуальные пороги активации вершин, в зависимости от количества влияющих на них соседей, осторожности агента, отношения его к двум видам активности и глубины памяти. Показано, что управление этими параметрами задает широкий диапазон паттернов активности в сети.

Однако нам представляется, что социальные сети – далеко не единственная возможная область использования предложенного аппарата. Основные концепции предложенной онтологии могут применяться при проектировании сетевых сервисов, мест массового скопления людей, миграционных процессов, потоков видов транспорта в мегаполисах и на междугородных и международных линиях. Все эти области объединяют общие свойства: неоднородность трафика, внутренняя структура вершин и наличие хабов, в которых может происходить коммутация различных потоков.

Кроме этого, не в последнюю очередь эту работу инспирировали исследования, посвященные гетерохимической концепции функциональных сетей мозга [48, 49]. Эта концепция предполагает, что синаптические связи между нейронами (т.н. «проводочная модель») – важная, но далеко не единственная составляющая работы мозга. Активность функциональных сетей определяется нейромедиаторами, которые модифицируют нейронную динамику, возбудимость и синаптические функции. Именно нейромедиаторы позволяют фиксированному множеству нейронов образовывать много различных паттернов активности. В упрощенном виде можно провести следующие параллели: нейроны и синаптические связи (проводочный мозг) – граф сети. Вершины графа – автоматы, которые могут находиться в ряде состояний, определяемых принимаемыми цветными фишками (медиаторами). Нейроны в зависимости от их типа взаимодействуют с некоторым подмножеством медиаторов. Для этого вводятся автоматы с различными наборами слотов и возможными состояниями. Активность определяется типами фишек и состояниями вершин. Построение модели, хотя бы частично описывающей положения гетерохимической гипотезы, – чрезвычайно сложная и интересная задача. Концепция сетей неоднородных автоматов с несколькими типами ресурсов – наш первый шаг в этом направлении.

## Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты №14-01-00422а, 15-07-02488а).

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] **Blanchard, Ph.** Random Walks and Diffusions on Graphs and Databases: An Introduction (Springer Series in Synergetics) / Ph. Blanchard, D. Volchenkov. - Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
- [2] **Lovasz L.** Mixing of Random Walks and Other Diffusions on a Graph / L. Lovasz, P. Winkler // Surveys in Combinatorics, 1995 (ed. P. Rowlinson), London Math. Soc. Lecture Notes Series 218. - Cambridge Univ. Press. - P. 119–154.
- [3] **Кузнецов, О.П.** Двусторонние ресурсные сети – новая потоковая модель / О.П. Кузнецов, Л.Ю. Жилиякова // Доклады Академии Наук. 2010. Том 433. №5. – С. 609-612.
- [4] **Жилиякова, Л.Ю.** Исследование эйлеровых ресурсных сетей / Л.Ю. Жилиякова // Управление большими системами. Выпуск 41. - М.: ИПУ РАН, 2013. - С. 28-50.
- [5] **Жилиякова, Л.Ю.** Несимметричные ресурсные сети. III. Исследование предельных состояний / Л.Ю. Жилиякова // Автоматика и телемеханика. 2012. №7. - С. 67-77.
- [6] **Жилиякова, Л.Ю.** Управление предельными состояниями в поглощающих ресурсных сетях / Л.Ю. Жилиякова // Проблемы управления. 2013. № 3. - С. 51-59.
- [7] **Biggs, N.L.** Chip-Firing and the Critical Group of a Graph / N.L. Biggs // J.of Algebraic Combinatorics. 1999. No. 9. - P. 25–45.
- [8] **Biggs, N.L.** The Tutte-polynomial as a growth function / N.L. Biggs // J. Algebraic Combinatorics. 1999. No. 10. - P. 115–133.
- [9] **Bjorner, A.** Chip-firing games on graphs / A. Bjorner, L. Lovasz, P. Shor // Europ. J. Comb. 1991. No. 12. – P. 283–291.
- [10] **Bjorner, A.** Chip-firing games on directed graphs / A. Bjorner, L. Lovasz // J. Algebraic Combinatorics. 1992. No. 1 - P. 305–328.
- [11] **Bak, P.** Self-organized criticality / P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld // Physical Review A. 1988. No. 38. - P. 364-374.
- [12] **Bak, P.** How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality / P. Bak. - New York: Copernicus. 1996. (Рус. пер.: Как работает природа: Теория самоорганизованной критичности. – М.: УРСС-Книжный дом «Либроком», 2013. – 276 с.).
- [13] **Dhar, D.** The abelian sandpile and related models / D. Dhar // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 1999. Vol. 263. Issues 1–4. - P. 4 – 25.
- [14] **Speer, E.R.** Asymmetric abelian sandpile models / E.R. Speer // J. of Statistical Physics. 1993. Vol. 71. Issue 1-2. - P. 61-74.
- [15] **Ананько, Е.А.** Генные сети. / Е.А. Ананько, Ф.А. Колпаков, О.А. Подколотная, Е.В. Игнатьева, Т.Н. Горячкова, И.Л. Степаненко, Н.А. Колчанов. - 1999. – [http://www.bionet.nsc.ru/ICIG/session/1999/rus/part1/1\\_18.pdf](http://www.bionet.nsc.ru/ICIG/session/1999/rus/part1/1_18.pdf) (Дата обращения 01.06.2015).
- [16] **Лихошвай, В.А.** Задачи теории функционирования генных сетей / В.А. Лихошвай, Ю.Г. Матушкин, С.И. Фадеев // Сиб. журн. индустр. матем. 2003. Т. 6. №2. - С. 64–80.
- [17] **Евдокимов, А.А.** Применение символьных вычислений к исследованию дискретных моделей некоторых классов генных сетей / А.А. Евдокимов, С.Е. Кочемазов, А.А. Семенов // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. №1. - С. 30-47.
- [18] **Kauffman, S.A.** Metabolic stability and epigenesis in randomly constructed genetic nets / S.A. Kauffman // Theor. Biol. 1969. Vol. 22. No. 3. - P. 437–467.
- [19] **Wang, R.-S.** Effects of community structure on the dynamics of random threshold networks / R.-S. Wang, R. Albert // Physical Review. 2013. E 87, 012810.
- [20] **Rohlf, T.** Damage Spreading and Criticality in Finite Random Dynamical Networks / T. Rohlf, N. Gulbahce, C. Teuscher // Phys. Rev. 2007. Lett. 99, 248701.
- [21] **Семёнов, А.А.** О дискретно-автоматных моделях конформного поведения / А.А. Семёнов, С.Е. Кочемазов // Управление большими системами. Выпуск 46. - М.: ИПУ РАН, 2013. - С. 266-292.
- [22] **Базенков, Н.И.** Обзор информационных систем анализа социальных сетей / Н.И. Базенков, Д.А. Губанов // Управление большими системами. Выпуск 41. - М.: ИПУ РАН, 2013. - С. 357-394.
- [23] **Newman, M.E.J.** The structure and function of complex networks / M.E.J. Newman // SIAM Rev. 2003. 45(2). – P. 167–256.
- [24] **Kempe, D.** Maximizing the Spread of Influence through a Social Network / D. Kempe, J. Kleinberg, E. Tardos // Proc. of the 9-th ACM SIGKDD Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. 2003. - P. 137-146.
- [25] **Granovetter, M.** Threshold Models of Collective Behavior / M. Granovetter // American Journal of Sociology. 1978. Vol. 83. No. 6. - P. 1420-1443.
- [26] **Watts, D.J.** A simple model of global cascade on random networks / D.J. Watts // Proc Nat. Acad. Sci. USA 2002. 99(9). P. 5766–5771.

- [27] **Goldenberg, J.** Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth / J. Goldenberg, B. Libai, E. Muller // Marketing Letters. 2001. No. 2. - P. 11-34.
- [28] **Pastor-Satorras, R.** Epidemic Spreading in Scale-Free Networks / R. Pastor-Satorras, A. Vespignani // Physical Review Letters. 2001. No. 14(86). - P. 3200-3203.
- [29] **Newman, M.E.J.** A measure of betweenness centrality based on random walks / M.E.J. Newman // Social networks. 2005.
- [30] **De Groot, M.H.** Reaching a Consensus / M.H. De Groot // J. of Amer. Statist. Assoc. 1974. No. 69. - P. 118-121.
- [31] **Harary, F.** A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power / F. Harary // Studies in Social Power. - Michigan: Institute of Sociological Research, 1959. - P. 168-182.
- [32] **Губанов, Д.А.** Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства / Д.А. Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили. - М.: Физматлит, 2010. - 228 с.
- [33] **Goyal, A.** On minimizing budget and time in influence propagation over social networks / A. Goyal, F. Bonchi, L.V.S Lakshmanan., S. Venkatasubramanian // Social network analysis and mining. 2012. 2(1).
- [34] **Губанов, Д.А.** Модели унифицированного информационного управления в однородных социальных сетях / Д.А. Губанов, Д.А. Новиков // Управление большими системами. 2010. №30.1. - С. 722-742.
- [35] **Gubanov, D.A.** Models of information opinion and trust control of social network members / D.A. Gubanov, A.G. Chkhartishvili // Proc. of the 18th IFAC World Congress, 2011 World Congress. - Milano: International Federation of Automatic Control (IFAC), 2011. - P. 1991-1996.
- [36] **Бреер, В.В.** Стохастические модели управления толпой / В.В. Бреер, Д.А. Новиков, А.Д. Рогаткин // Управление большими системами. 2014. №52. - С. 85 - 117.
- [37] **Latane, B.** The Psychology of Social Impact / B. Latane // American Psychologist. 1981. 36. - P. 343-356.
- [38] **Latane, B.** Dynamic Social Impact: The Creation of Culture by Communication / B. Latane // J. of Communication 1996. 4. - P. 13-25.
- [39] **Li, Y.** Influence diffusion dynamics and influence maximization in social networks with friend and for relationships / Y. Li, W. Chen, Y. Wang, Z.-L. Zhang // Proc. 6-th ACM Int. Conf. Web Search and Data Mining. 2013. - P. 657-666.
- [40] **Agarwal, N.** Modeling blogger influence in a community / N. Agarwal, H. Liu, L. Tang, P.S. Yu // Social Network Analysis and Mining. 2012. Vol. 2, Issue 2. - P. 139-162.
- [41] **De Groot, M.H.** Reaching a consensus / M.H. De Groot // J. Amer. Statist. Assoc. 1974. Vol. 69, No. 345. - P. 118-121.
- [42] **Виттих, В.А.** Принятие решений на основе консенсуса с применением мультиагентных технологий / В.А. Виттих, Т.В. Моисеева, П.О. Скобелев // Онтология проектирования. 2013. №2(8). - С. 20-25.
- [43] **Скобелев, П.О.** Ситуационное управление и мультиагентные технологии: коллективный поиск согласованных решений в диалоге / П.О. Скобелев // Онтология проектирования. 2013. №2(8). - С.26-48.
- [44] **Brin, S.** The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine / S. Brin, L. Page // Computer Networks. 1998. Vol. 30. - P. 107-117.
- [45] **Kleinberg, J.** Authoritative sources in a hyperlinked environment / J. Kleinberg // Proc. of the 9th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. 1998.
- [46] **Боргест, Н.М.** Научный базис онтологии проектирования / Н.М. Боргест // Онтология проектирования. 2013. №1(7). - С. 7-25.
- [47] **Смирнов, С.В.** Онтологии как смысловые модели / С.В. Смирнов // Онтология проектирования. 2013. №2(8). - С. 12-19.
- [48] **Bargmann, C.I.** Beyond the connectome: how neuromodulators shape neural circuits / C.I. Bargmann // Bioessays. 2012. 34(6). - P. 458-465.
- [49] **Сахаров, Д.А.** Биологический субстрат генерации поведенческих актов / Д.А. Сахаров // Журнал общей биологии. 2012. Том 73, №5. - С. 334-348.

## NETWORK MODEL OF SPREADING OF SEVERAL ACTIVITY TYPES AMONG COMPLEX AGENTS AND ITS APPLICATIONS

L.Yu. Zhilyakova

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia  
zhilyakova.ludmila@gmail.com

### Abstract

The paper describes the main principles of a model that simulates distribution of several types of activity among the agents having internal structure. The potential interaction of agents is given by a weighted graph. The vertices of the graph are heterogeneous automata with infinitely many states, and edges correspond to the influence of vertices on each other. The activity is simulated by the propagation of the integer resource called chips. The vertices exchange chips of  $m$  different types along edges. Each edge of the network has  $m$  non-negative weights characterizing the capacity of each type. We define the set of set relationships and operations on chip types, so that the vertex can not only change its internal state, but also affect the activity of the network configuration in general. As an example, the model of the threshold interactions in the social network with two types of activity and five types of agents with different activation threshold is described.

**Key words:** automata network, activity spreading, threshold models, social networks.

### Acknowledgment

This work was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research (project №14-01-00422a and 15-07-02488a).

### References

- [1] **Blanchard, Ph.** Random Walks and Diffusions on Graphs and Databases: An Introduction (Springer Series in Synergetics) / Ph. Blanchard, D. Volchenkov. - Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
- [2] **Lovasz L.** Mixing of Random Walks and Other Diffusions on a Graph / L. Lovasz, P. Winkler // Surveys in Combinatorics, 1995 (ed. P. Rowlinson), London Math. Soc. Lecture Notes Series 218. - Cambridge Univ. Press. - P. 119–154.
- [3] **Kuznetsov, O.P.** [Bidirectional resource networks: A new flow model / O.P. Kuznetsov, L.Yu. Zhilyakova // Doklady Mathematics. 2010. Vol. 82. No. 1. - P. 643–646. DOI: 10.1134/S1064562410040368.
- [4] **Zhilyakova L. Yu.** A study of Euler resource networks / L.Yu. Zhilyakova // Automation and Remote Control. 2014. Vol. 75. No. 12. - P. 2248–2261. DOI: 10.1134/S0005117914120145.
- [5] **Zhilyakova L.Yu.** Asymmetric resource networks. III. A study of limit states / L.Yu. Zhilyakova // Automation and Remote Control. 2012. Vol. 73. No. 7. - P. 1165 – 1172. DOI: 10.1134/S0005117912070065.
- [6] **Zhilyakova L.Yu.** Control of limit states in absorbing resource networks / L.Yu. Zhilyakova // Automation and Remote Control. 2014. Vol. 75:2. - P. 360–372. DOI: 10.1134/S0005117914020143.
- [7] **Biggs, N.L.** Chip-Firing and the Critical Group of a Graph / N.L. Biggs // J. of Algebraic Combinatorics. 1999. No. 9. - P. 25–45.
- [8] **Biggs, N.L.** The Tutte-polynomial as a growth function / N.L. Biggs // J. Algebraic Combinatorics. 1999. No. 10. - P. 115–133.
- [9] **Bjorner, A.** Chip-firing games on graphs / A. Bjorner, L. Lovasz, P. Shor // Europ. J. Comb. 1991. No. 12. – P. 283–291.
- [10] **Bjorner, A.** Chip-firing games on directed graphs / A. Bjorner, L. Lovasz // J. Algebraic Combinatorics. 1992. No. 1 - P. 305–328.
- [11] **Bak, P.** Self-organized criticality / P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld // Physical Review A. 1988. No. 38. - P. 364–374.
- [12] **Bak, P.** How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality / P. Bak. - New York: Copernicus. 1996.
- [13] **Dhar, D.** The abelian sandpile and related models / D. Dhar // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 1999. Vol. 263. Issues 1–4. - P. 4 – 25.

- [14] **Speer, E.R.** Asymmetric abelian sandpile models / E.R. Speer // *J. of Statistical Physics*. 1993. Vol. 71. Issue 1-2. - P. 61-74.
- [15] **Ananko, E.A.** Gennyje Seti [Gene networks] / E.A. Ananko, F.A. Kolpakov, O.A. Podkolodnaja., E.V. Ignatjeva, T.N. Goryachkovskaja, I.L. Stepanenko, N.A. Kolchanov. – 1999 (In Russian)  
[http://www.bionet.nsc.ru/ICIG/session/1999/rus/part1/1\\_18.pdf](http://www.bionet.nsc.ru/ICIG/session/1999/rus/part1/1_18.pdf) (Access date 01.06.2015). (In Russian).
- [16] **Likhoshvaj, V.A.** Zadachi teorii funkcionirovanija gennykh setej [The tasks of gene networks functioning] / V.A. Likhoshvaj, Yu.G. Matushkin, S.I. Fadeev // *Sibirskij zhurnal industrial'noj matematiki*. 2003. V. 6. No. 2. - P. 64–80. (In Russian).
- [17] **Evdokimov A.A.** Primenenie simvol'nykh vychislenij k issledovaniyu diskretnykh modelej nekotorykh klassov gennykh setej [Application of symbolic computations to the study of discrete models of some gene networks] / A.A. Evdokimov, S.E. Kochemazov, A.A. Semenov // *Vychislitel'nyeologii*. 2011. Vol. 16. No. 1. - P. 30-47. (In Russian).
- [18] **Kauffman, S.A.** Metabolic stability and epigenesis in randomly constructed genetic nets / S.A. Kauffman // *Theor. Biol.* 1969. Vol. 22. No. 3. - P. 437–467.
- [19] **Wang, R.-S.** Effects of community structure on the dynamics of random threshold networks / R.-S. Wang, R. Albert // *Physical Review*. 2013. E 87, 012810.
- [20] **Rohlf, T.** Damage Spreading and Criticality in Finite Random Dynamical Networks / T. Rohlf, N. Gulbahce, C. Teuscher // *Phys. Rev. Lett.* 2007. 99, 248701.
- [21] **Semenov, A.A.** O diskretno-avtomatnykh modeljach konformnogo povedenija [Analysis of some discrete-automaton models of collective behavior] / A.A. Semenov, S.E. Kochemazov // *Upravlenie bol'shymi sistemami*. Issue 46. – Moscow: IPU RAN, 2013. - P. 266–292. (In Russian).
- [22] **Bazenkov, N.I.** Information systems for social networks analysis: a survey / N.I. Bazenkov, D.A. Gubanov // *Upravlenie bol'shymi sistemami*. Issue 41. – Moscow: IPU RAN, 2013. - P. 357–394. (In Russian).
- [23] **Newman, M.E.J.** The structure and function of complex networks / M.E.J. Newman // *SIAM Rev.* 2003. 45(2). – P. 167–256.
- [24] **Kempe, D.** Maximizing the Spread of Influence through a Social Network / D. Kempe, J. Kleinberg, E. Tardos // *Proc. of the 9-th ACM SIGKDD Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2003. - P. 137-146.
- [25] **Granovetter, M.** Threshold Models of Collective Behavior / M. Granovetter // *American Journal of Sociology*. 1978. Vol. 83. No. 6. - P. 1420-1443.
- [26] **Watts, D.J.** A simple model of global cascade on random networks / D.J. Watts // *Proc Nat. Acad. Sci. USA* 2002. 99(9). P. 5766–5771.
- [27] **Goldenberg, J.** Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth / J. Goldenberg, B. Libai, E. Muller // *Marketing Letters*. 2001. No. 2. - P. 11-34.
- [28] **Pastor-Satorras, R.** Epidemic Spreading in Scale-Free Networks / R. Pastor-Satorras, A. Vespignani // *Physical Review Letters*. 2001. No. 14(86). - P. 3200-3203.
- [29] **Newman, M.E.J.** A measure of betweenness centrality based on random walks / M.E.J. Newman // *Social networks*. 2005.
- [30] **De Groot, M.H.** Reaching a Consensus / M.H. De Groot // *J. of Amer. Statist. Assoc.* 1974. No. 69. - P. 118-121.
- [31] **Harary, F.** A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power / F. Harary // *Studies in Social Power*. – Michigan: Institute of Sociological Research, 1959. - P. 168-182.
- [32] **Gubanov, D.A.** Social'nye seti: modeli informacionnogo vlijanija, upravlenija i protivoborstva [Social networks: models of informational influence, control and confrontation] / D.A. Gubanov, D.A. Novikov, A.G. Chkhartishvili. – Moscow: Physical and mathematical literature publisher, 2010. - 228 p. (In Russian).
- [33] **Goyal, A.** On minimizing budget and time in influence propagation over social networks / A. Goyal, F. Bonchi, L.V.S Lakshmanan., S. Venkatasubramanian // *Social network analysis and mining*. 2012. 2(1).
- [34] **Gubanov, D.A.** Modeli unificirovannogo informacionnogo upravlenija v odnorodnykh social'nykh setjakh [Models of unified information control in homogeneous social networks] / D.A. Gubanov, D.A. Novikov // *Upravlenie bol'shymi sistemami*. Issue 30.1. – Moscow: IPU RAN, 2013. - P. 722–742. (In Russian).
- [35] **Gubanov, D.A.** Models of information opinion and trust control of social network members / D.A. Gubanov, A.G. Chkhartishvili // *Proc. of the 18th IFAC World Congress, 2011 World Congress*. - Milano: International Federation of Automatic Control (IFAC), 2011. - P. 1991-1996.
- [36] **Breer, V.V.** Stokhasticheskie modely upravlenija tolpoi [Stochastic models of mob control] / V.V. Breer, D.A. Novikov, A.D. Rogatkin // *Upravlenie bol'shymi sistemami*. 2014. Issue 52. - P. 85–117. (In Russian).
- [37] **Latane, B.** The Psychology of Social Impact / B. Latane // *American Psychologist*. 1981. 36. – P. 343–356.
- [38] **Latane, B.** Dynamic Social Impact: The Creation of Culture by Communication / B. Latane // *J. of Communication* 1996. 4. – P. 13–25.

- [39] **Li, Y.** Influence diffusion dynamics and influence maximization in social networks with friend and for relationships / Y. Li, W. Chen, Y. Wang, Z.-L. Zhang // Proc. 6-th ACM Int. Conf. Web Search and Data Mining. 2013. - P. 657-666.
- [40] **Agarwal, N.** Modeling blogger influence in a community / N. Agarwal, H. Liu, L. Tang, P.S. Yu // Social Network Analysis and Mining. 2012. Vol. 2, Issue 2. - P. 139-162.
- [41] **De Groot, M.H.** Reaching a consensus / M.H. De Groot // J. Amer. Statist. Assoc. 1974. Vol. 69, No. 345. - P. 118-121.
- [42] **Vittikh, V.A.** Prinjatje reshenij na osnove konsensusa s primeneniem mul'tiagentnych tehnologij [Decision making on the basis of consensus using multi-agent technologies] / V.A. Vittikh, T.V. Moisseeva, P.O. Skobelev // Ontologija proektirovanija. 2013. No. 2(8). - P. 20-25. (In Russian).
- [43] **Skobelev, P.O.** Situacionnoe upravlenie i mul'tiagentnye tehnologij: kollektivnyi poisk soglasovannyh reshenij v dialoge [Situation-driven decision making and multi-agent technology: finding solutions in dialogue] / P.O. Skobelev // Ontologija proektirovanija. 2013. No. 2(8). - P. 26-48. (In Russian).
- [44] **Brin, S.** The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine / S. Brin, L. Page // Computer Networks. 1998. Vol. 30. - P. 107-117.
- [45] **Kleinberg, J.** Authoritative sources in a hyperlinked environment / J. Kleinberg // Proc. of the 9th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. 1998.
- [46] **Borgest, N.M.** Nauchnyi basis ontologii proektirovanija [Scientific basis for the ontology of designing] / N.M. Borgest // Ontologija proektirovanija. 2013. No. 1(7). - P. 7-25. (In Russian).
- [47] **Smirnov, S.V.** Ontologii kak smyslovyje modeli [Ontologies as semantic models] / S.V. Smirnov // Ontologija proektirovanija. 2013. No. 2(8). - P. 12-19. (In Russian).
- [48] **Bargmann, C.I.** Beyond the connectome: how neuromodulators shape neural circuits / C.I. Bargmann // Bioessays. 2012. 34(6). - P. 458-465.
- [49] **Sakharov, D.A.** Biologicheskij substrat generacii povedencheskich aktov [The biological substrate for the generation of behavioral acts] / D.A. Sakharov // Zhurnal obshchej biologii. 2012. Vol. 73(5) - P. 334-348. (In Russian).

## Сведения об авторе



**Жилякова Людмила Юрьевна**, 1970 г. рождения. Окончила Ростовский государственный университет в 1992 г., д.ф.-м.н. (2013). Ведущий научный сотрудник лаборатории методов интеллектуализации дискретных процессов и систем управления Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Учёный секретарь Российской ассоциации искусственного интеллекта. В списке научных трудов более 90 работ в области сетевого моделирования и искусственного интеллекта.

**Liudmila Yurjevna Zhilyakova** (b. 1970) graduated from Rostov State University (Rostov-on-Don) in 1992, D.Sc. (2013). Leading researcher of Laboratory of Intellectualization Methods of Discrete Processes and Control Systems – V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences. Scientific secretary of the Russian association for Artificial Intelligence. Author and co-author of more than 90 publications in the field of dynamic network models and artificial intelligence.