

УДК 519.5

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ТАБЛИЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВАЖНОСТИ КРИТЕРИЕВ

С.А. Пиявский

*Самарский государственный технический университет, Самара, Россия
spiyav@mail.ru*

Аннотация

Автором ранее был предложен подход, позволяющий повысить обоснованность и снизить трудоёмкость принятия решений в условиях многокритериального сравнения альтернатив. Метод основан на использовании заранее рассчитанных универсальных таблиц весовых коэффициентов линейной свёртки критериев. Универсальная таблица содержит 2^{n-1} строк, где n - число критериев. Каждая строка таблицы отвечает уникальному возможному распределению критериев между группами важности. При большом числе критериев вычислительная сложность такого подхода настолько велика, что требуется значительное время для получения результата. В настоящей статье предложены способы, позволяющие уменьшить трудоёмкость расчёта одной таблицы в 2^{n-1} раз. Это достигается использованием обнаруженного «краевого эффекта», который проявляется в повторяемости ряда коэффициентов в различных строках таблицы. Благодаря этому может быть сформирована система линейных алгебраических уравнений, переменными которой являются искомые значения коэффициентов. Система легко решается численными методами. Предложенный подход существенно облегчает построение универсальных таблиц для достаточно большого (несколько десятков) числа критериев и уменьшает потребный объём памяти систем поддержки принятия решений. Он также позволяет глубже осмыслить рациональную основу понятия «важнее», используемого во всех областях человеческой деятельности.

Ключевые слова: принятие решений, многокритериальный выбор, универсальные коэффициенты важности, краевой эффект.

Цитирование: Пиявский, С.А. Вычислительные аспекты формирования универсальных таблиц коэффициентов важности критериев / С.А. Пиявский // Онтология проектирования. – 2017. – Т. 7, №3(25). - С. 284-295. – DOI: 10.18287/2223-9537-2017-7-3-284-295.

Введение

Ключевым элементом принятия решений на рациональной основе является многокритериальное сравнение альтернатив, для которого предложены многообразные методы (например, [1-10]). При этом чаще всего, ввиду простоты её понимания лицом, принимающим решение (ЛПР), чаще всего используется линейная свёртка нормированных значений частных критериев. Она позволяет использовать при сравнении альтернатив вместо вектора m частных критериев $f=(f^1, f^2, \dots, f^m)$ скалярный комплексный критерий

$$(1) \quad F(f) = \sum_{j=1}^m x^j f^j, \quad j = 1, \dots, m, \quad x^j \geq 0, \quad \sum_{j=1}^m x^j = 1.$$

В (1) x^1, x^2, \dots, x^m - вектор количественных весовых коэффициентов, отражающих сравнительную важность для ЛПР различных аспектов сравнения альтернатив. При этом открытым остаётся вопрос – как оценить эту важность количественно? Мы полагаем, что ни ЛПР, ни привлекаемые эксперты не в состоянии это сделать напрямую, потому что «..женях не в состоянии достаточно уверенно определить, что красота невесты в 2,354 раза важнее для

него, чем её ум» [1]. Он может достаточно уверенно решить про себя, что красота «важнее» или «намного важнее», но не более того, то есть отнести различные частные критерии к соответствующим группам важности.

В [1] предложен подход, позволяющий создать достаточно понятную универсальную шкалу, которая определяет численные значения весовых коэффициентов, отвечающие различным степеням понятия «важнее». Эта шкала зависит не от конкретной задачи, в которой используется, а лишь от количества частных критериев и того, как они распределены по различным группам важности. Для построения таблиц таких универсальных коэффициентов важности необходимо для конкретного количества критериев перечислить все уникальные варианты их распределения по возможным группам важности и для каждого варианта рассчитать значения коэффициентов. Для примера в таблице 1 показана универсальная таблица, рассчитанная в [1, фрагмент таблицы 8] для числа частных критериев, равного пяти.

Таблица 1 – Универсальные коэффициенты важности критериев для задач принятия решений с пятью критериями (рассчитаны приближенно)

Номер цепочки	Цепочка (количество критериев в каждой группе важности)					Универсальные значения коэффициентов важности критериев				
	Группа важности критериев					Группа важности критериев				
	B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5
1.	1	1	1	1	1	0,038	0,087	0,154	0,256	0,464
2.	1	1	1	2		0,038	0,087	0,153	0,361	
3.	1	1	2	1		0,038	0,087	0,205	0,464	
4.	1	1	3			0,038	0,085	0,292		
5.	1	2	1	1		0,038	0,121	0,255	0,466	
6.	1	2	2			0,038	0,121	0,361		
7.	1	3	1			0,038	0,165	0,466		
8.	1	4				0,037	0,238			
9.	2	1	1	1		0,064	0,155	0,254	0,464	
10.	2	1	2			0,063	0,153	0,361		
11.	2	2	1			0,063	0,204	0,467		
12.	2	3				0,062	0,292			
13.	3	1	1			0,093	0,254	0,465		
14.	3	2				0,094	0,359			
15.	4	1				0,135	0,46			
16.	5					0,2				

Для каждой строки таблицы 1 назовём цепочкой количество критериев, приходящихся в данной строке на каждую группу важности. Взгляд на таблицу 1 позволяет заметить её интересную особенность: в разных цепочках одинаковым крайним (в начале и конце) фрагментам цепочки отвечают одинаковые значения универсальных коэффициентов важности. Так, при фрагменте «1,2», расположенном в начале цепочек 5 и 6, отвечающие ему коэффициенты важности всегда равны 0,038 и 0,121, а при расположении этого фрагмента в конце цепочек 2 и 10 отвечающие ему коэффициенты важности всегда равны 0,153 и 0,361. Заметим, что, как показано в [1], в то же время отвечающие такому же фрагменту коэффициенты важности при другом общем числе критериев, конечно, иные: так, при шести критериях они в начале соответствующих цепочек равны 0,026 и 0,079 а в конце цепочек - 0,155 и 0,330. Назовём эту особенность краевым эффектом цепочек и используем её для вычисления таблицы универсальных коэффициентов важности критериев.

1 Маска универсальной таблицы

Для наглядности будем вести дальнейшие рассуждения на примере универсальной таблицы для пяти критериев, показанной в таблице 1.

Введём понятие маски универсальной таблицы. Каждому количеству частных критериев отвечает своя универсальная таблица и соответственно своя маска. Она строится по формату таблицы 1 на основе перечня уникальных цепочек критериев, где вместо подлежащего расчёту значения коэффициента важности проставлено наименование соответствующей переменной. При этом с учётом краевого эффекта цепочек, одинаковым или близким значениям коэффициентов важности отвечает одна и та же переменная. Маска для пяти критериев показана в таблице 2. В ней не повторяются только четыре переменные, выделенные фоном. Этот факт является, по-видимому, закономерным при любом числе критериев большем двух, о чём свидетельствуют маски для других чисел критериев, приведённые в таблицах 3–6.

Таблица 2 – Маска универсальной таблицы для пяти критериев

Номер цепочки	Цепочка					Наименования переменных				
	Группа важности критериев					Группа важности критериев				
	B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5
1.	1	1	1	1	1	x1	x4	x7	x9	x8
2.	1	1	1	2		x1	x4	x7	x11	
3.	1	1	2	1		x1	x4	x10	x8	
4.	1	1	3			x1	x4	x12		
5.	1	2	1	1		x1	x5	x9	x8	
6.	1	2	2			x1	x5	x11		
7.	1	3	1			x1	x15	x8		
8.	1	4				x1	x16			
9.	2	1	1	1		x2	x6	x9	x8	
10.	2	1	2			x2	x6	x11		
11.	2	2	1			x2	x10	x8		
12.	2	3				x2	x12			
13.	3	1	1			x3	x9	x8		
14.	3	2				x3	x11			
15.	4	1				x13	x8			
16.	5					x14				

Таблица 3 – Маска универсальной таблицы для двух критериев

Номер цепочки	Цепочка		Наименования переменных	
	Группа важности критериев		Группа важности критериев	
	B1	B2	B1	B2
1.	1	1	x1	x2
2.	2		x3	

Таблица 4 – Маска универсальной таблицы для трех критериев

Номер цепочки	Цепочка			Наименования переменных		
	Группа важности критериев			Группа важности критериев		
	B1	B2	B3	B1	B2	B3
1.	1	1	1	x1	x3	x2
2.	1	2		x1	x4	
3.	2	1		x5	x2	
4.	3			x6		

Таблица 5 – Маска универсальной таблицы для четырех критериев

Номер цепочки	Цепочка				Наименования переменных			
	Группа важности критериев				Группа важности критериев			
	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
1.	1	1	1	1	x1	x3	x6	x4
2.	1	1	2		x1	x3	x5	
3.	1	2	1		x1	x9	x4	
4.	1	3			x1	x10		
5.	2	1	1		x2	x6	x4	
6.	2	2			x2	x5		
7.	3	1			x7	x4		
8.	4				x8			

Таблица 6 – Маска универсальной таблицы для шести критериев

Номер цепочки	Цепочка						Наименования переменных					
	Группа важности критериев						Группа важности критериев					
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B1	B2	B3	B4	B5	B6
1	1	1	1	1	1	1	x1	x5	x11	x15	x18	x16
2	1	1	1	1	2		x1	x5	x11	x15	x17	
3	1	1	1	2	1		x1	x5	x11	x19	x16	
4	1	1	1	3			x1	x5	x11	x20		
5	1	1	2	1	1		x1	x5	x12	x18	x16	
6	1	1	2	2			x1	x5	x12	x17		
7	1	1	3	1			x1	x5	x22	x16		
8	1	1	4				x1	x5	x21			
9	1	2	1	1	1		x1	x6	x13	x18	x16	
10	1	2	1	2			x1	x6	x13	x17		
11	1	2	2	1			x1	x6	x19	x16		
12	1	2	3				x1	x6	x20			
13	1	3	1	1			x1	x7	x18	x16		
14	1	3	2				x1	x7	x17			
15	1	4	1				x1	x25	x16			
16	1	5					x1	x26				
17	2	1	1	1	1		x2	x8	x14	x18	x16	
18	2	1	1	2			x2	x8	x14	x17		
19	2	1	2	1			x2	x8	x19	x16		
20	2	1	3				x2	x8	x20			
21	2	2	1	1			x2	x9	x18	x16		
22	2	2	2				x2	x9	x17			
23	2	3	1				x2	x22	x16			
24	2	4					x2	x21				
25	3	1	1	1			x3	x10	x18	x16		
26	3	1	2				x3	x10	x17			
27	3	2	1				x3	x19	x16			
28	3	3					x3	x20				
29	4	1	1				x4	x18	x16			
30	4	2					x4	x17				
31	5	1					x23	x16				
32	6						x24					

2 Система линейных уравнений для построения универсальной таблицы

Маска определяет систему линейных уравнений, которой должны удовлетворять универсальные коэффициенты важности критериев. Каждой цепочке отвечает своё уравнение. Его левая часть формируется путём умножения элементов цепочки на соответствующие им переменные из правой части таблицы. Правая часть каждого уравнения равна единице. Так, уравнение, отвечающее цепочке с номером 5, имеет вид

$$(2) \quad x_1 + 2x_5 + x_9 + x_8 = 1.$$

Система уравнений позволяет определить коэффициенты важности универсальной таблицы в несколько шагов.

Шаг 1. Любым численным методом, предложенным в [1], определяются коэффициенты важности критериев для одной единственной цепочки с номером 1. Выбор именно этой цепочки обусловлен тем, что она содержит наибольшее число переменных. Назовём их задающими коэффициентами.

Шаг 2. Отвечающие задающим коэффициентам значения переменных подставляются в остальные уравнения.

Шаг 3. Из уравнений, в которые после предыдущего шага входит только по одной переменной, определяются их значения. Если ещё не все переменные вычислены, повторяется шаг 2.

Структура системы уравнений такова, что этот простой алгоритм, по-видимому, позволяет полностью решить задачу. Строгое обоснование его достаточности нет смысла искать: если в каком-либо случае он не сработает, просто придётся задуматься о другом алгоритме.

Приведём результаты его использования при расчёте универсальных таблиц для пяти и шести критериев. Их приближено рассчитанные варианты приведены в [1], поэтому появится возможность оценить величину допущенной там погрешности.

Для пяти критериев на первом шаге методом полного перебора (9479319 итераций) были рассчитаны значения первых пяти переменных, приведённые в таблице 7. На втором шаге к ним добавились значения ещё девяти переменных, затем ещё одной и ещё одной, после чего таблица оказалась полностью сформированной (таблица 8).

Для шести критериев на первом шаге методом полного перебора (1229120 итераций) были рассчитаны значения шести переменных, приведённые в таблице 9, затем по шагам последовательно ещё двенадцати затем трёх, затем четырёх и затем ещё одной, после чего таблица оказалась сформированной полностью (таблица 10).

Таблица 7 - Результаты первого шага алгоритма (задающие коэффициенты) при расчёте универсальной таблицы для пяти критериев

Переменные	Коэффициенты
X1	0,039406
X4	0,088971
X7	0,155469
X9	0,255837
X8	0,460317

Таблица 8 – Универсальная таблица для пяти критериев (уточнённый вариант)

Номер цепочки	Цепочка					Универсальные значения коэффициентов важности критериев				
	Группа важности критериев					Группа важности критериев				
	B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5
1.	1	1	1	1	1	0,039	0,089	0,155	0,256	0,460
2.	1	1	1	2		0,039	0,089	0,155	0,358	
3.	1	1	2	1		0,039	0,089	0,206	0,460	
4.	1	1	3			0,039	0,089	0,291		
5.	1	2	1	1		0,039	0,122	0,256	0,460	
6.	1	2	2			0,039	0,122	0,358		
7.	1	3	1			0,039	0,167	0,460		
8.	1	4				0,039	0,240			
9.	2	1	1	1		0,064	0,155	0,256	0,460	
10.	2	1	2			0,064	0,155	0,358		
11.	2	2	1			0,064	0,206	0,460		
12.	2	3				0,064	0,291			
13.	3	1	1			0,095	0,256	0,460		
14.	3	2				0,095	0,358			
15.	4	1				0,135	0,460			
16.	5					0,200				

Таблица 9 - Результаты первого шага алгоритма (задающие коэффициенты) при расчёте универсальной таблицы для шести критериев

Переменные	Коэффициенты
X1	0,026450
X5	0,058816
X11	0,100071
X15	0,156145
X18	0,241884
X16	0,416633

Таблица 10 – Универсальная таблица для шести критериев (уточнённый вариант)

Номер цепочки	Цепочка						Универсальные значения коэффициентов важности критериев					
	Группа важности критериев						Группа важности критериев					
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B1	B2	B3	B4	B5	B6
1	1	1	1	1	1	1	0,026	0,059	0,100	0,156	0,242	0,417
2	1	1	1	1	2		0,026	0,059	0,100	0,156	0,329	
3	1	1	1	2	1		0,026	0,059	0,100	0,199	0,417	
4	1	1	1	3			0,026	0,059	0,100	0,272		
5	1	1	2	1	1		0,026	0,059	0,128	0,242	0,417	
6	1	1	2	2			0,026	0,059	0,128	0,329		
7	1	1	3	1			0,026	0,059	0,166	0,417		
8	1	1	4				0,026	0,059	0,229			
9	1	2	1	1	1		0,026	0,079	0,156	0,242	0,417	
10	1	2	1	2			0,026	0,079	0,156	0,329		
11	1	2	2	1			0,026	0,079	0,199	0,417		
12	1	2	3				0,026	0,079	0,272			
13	1	3	1	1			0,026	0,105	0,242	0,417		
14	1	3	2				0,026	0,105	0,329			
15	1	4	1				0,026	0,139	0,417			
16	1	5					0,026	0,195				
17	2	1	1	1	1		0,043	0,100	0,156	0,242	0,417	
18	2	1	1	2			0,043	0,100	0,156	0,329		

Продолжение таблицы 10

Номер цепочки	Цепочка						Универсальные значения коэффициентов важности критериев					
	Группа важности критериев						Группа важности критериев					
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B1	B2	B3	B4	B5	B6
19	2	1	2	1			0,043	0,100	0,199	0,417		
20	2	1	3				0,043	0,100	0,272			
21	2	2	1	1			0,043	0,128	0,242	0,417		
22	2	2	2				0,043	0,128	0,329			
23	2	3	1				0,043	0,166	0,417			
24	2	4					0,043	0,229				
25	3	1	1	1			0,062	0,156	0,242	0,417		
26	3	1	2				0,062	0,156	0,329			
27	3	2	1				0,062	0,199	0,417			
28	3	3					0,062	0,272				
29	4	1	1				0,085	0,242	0,417			
30	4	2					0,085	0,329				
31	5	1					0,117	0,417				
32	6						0,167					

3 «Нумерологический» подход

Таким образом, для построения универсальной таблицы алгоритмическим путём необходимо знать значения задающих коэффициентов для первой строки этой таблицы. Предложим подход, который мы назвали «нумерологическим», позволяющий и для этой строки предложить теоретически вычисляемые значения задающих коэффициентов. Рассмотрим таблицу 11 значений этих коэффициентов, составленную из соответствующих строк таблицы 6 из [1], содержащей их строго математически обоснованные точные значения для двух, трёх и четырёх критериев. В таблице 11 значения коэффициентов важности в каждой строке приведены к общему знаменателю. Представим их как простейшие формулы для вычисления значений задающих коэффициентов, состоящие из числителя и знаменателя.

Таблица 11 – Точные формулы для расчёта универсальных коэффициентов важности последовательно возрастающих по важности критериев

Количество критериев	Количество критериев в каждой группе важности				Универсальные значения коэффициентов важности критериев			
	Группа важности критериев				Группа важности критериев			
	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
2	1	1			1/4	3/4		
3	1	1	1		2/18	5/18	11/18	
4	1	1	1	1	3/48	7/48	13/48	25/48

Можно заметить, что в таблице 11 значения коэффициентов важности критериев подчиняются определённой закономерности. Обобщим её следующим образом (т.н. нумерологическая гипотеза). Для строки, отвечающей количеству критериев n :

- общий знаменатель вычисляется по формуле $n^2(n - 1)$;
- числитель в первом столбце равен $(n - 1)$;
- числители остальных чисел в строке, кроме последнего ненулевого числа, равны числителям чисел, стоящих в таблице 11 непосредственно над ними, к которым добавлено число 2;

- числитель последнего ненулевого числа в строке равен разности $n^2(n - 1)$ и суммы числителей всех остальных чисел в строке.

Используя нумерологическую гипотезу, можно последовательно строить любое количество универсальных таблиц. Эта гипотеза превратилась бы в теорему, если бы удалось теоретически вывести её соотношения из геометрических построений в n -мерном пространстве критериев, как это показано для двух, трёх и четырёх критериев в [1]. Пока же можно проверить допустимость гипотезы, сравнивая универсальные таблицы, построенные на её основе, с таблицами, для которых задающие коэффициенты вычислены статистическим путём.

В таблице 12 показаны значения числителя и знаменателя простейших формул для вычисления задающих коэффициентов, рассчитанные с помощью нумерологического подхода для числа критериев от двух до десяти. Вычисленные значения самих задающих коэффициентов приведены в таблице 13.

Таблица 12 – Значения числителя и знаменателя задающих коэффициентов

Количество критериев	Знаменатель формулы	Числитель формулы									
		Группа важности критерия									
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
2	4	1	3								
3	18	2	5	11							
4	48	3	7	13	25						
5	100	4	9	15	27	45					
6	180	5	11	17	29	47	71				
7	294	6	13	19	31	49	73	103			
8	448	7	15	21	33	51	75	105	141		
9	648	8	17	23	35	53	77	107	143	185	
10	900	9	19	25	37	55	79	109	145	187	235

Таблица 13 – Значения задающих коэффициентов

Кол-во критериев	Числитель формулы									
	Группа важности критерия									
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
2	0,2500	0,7500								
3	0,1111	0,2778	0,6111							
4	0,0625	0,1458	0,2708	0,5208						
5	0,0400	0,0900	0,1500	0,2700	0,4500					
6	0,0278	0,0611	0,0944	0,1611	0,2611	0,3944				
7	0,0204	0,0442	0,0646	0,1054	0,1667	0,2483	0,3503			
8	0,0156	0,0335	0,0469	0,0737	0,1138	0,1674	0,2344	0,3147		
9	0,0123	0,0262	0,0355	0,0540	0,0818	0,1188	0,1651	0,2207	0,2855	
10	0,0100	0,0211	0,0278	0,0411	0,0611	0,0878	0,1211	0,1611	0,2078	0,2611

В таблицах 14, 15 приведены соответствующие результаты. Относительное отклонение значений не превышает нескольких процентов и, по нашему мнению, связано с ограниченным числом испытаний и несовершенством датчика случайных чисел. В дальнейшем мы намерены уменьшать влияние этих факторов с тем, чтобы повысить уверенность в приемлемости нумерологической гипотезы. Однако, в таких «расплывчатых» задачах как многокритериальное сравнение альтернатив, отклонение в значениях коэффициентов важности критериев в несколько процентов не является значимым.

Таблица 14 – Точная универсальная таблица для пяти критериев (рассчитана по нумерологической гипотезе)

Номер цепочки	Цепочка (количество критериев в каждой группе важности)					Универсальные значения коэффициентов важности критериев				
	Группа важности критериев					Группа важности критериев				
	B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5
1.	1	1	1	1	1	0,040	0,090	0,150	0,270	0,450
2.	1	1	1	2		0,040	0,090	0,150	0,360	
3.	1	1	2	1		0,040	0,090	0,210	0,450	
4.	1	1	3			0,040	0,090	0,290		
5.	1	2	1	1		0,040	0,120	0,270	0,450	
6.	1	2	2			0,040	0,120	0,360		
7.	1	3	1			0,040	0,170	0,450		
8.	1	4				0,040	0,240			
9.	2	1	1	1		0,065	0,150	0,270	0,450	
10.	2	1	2			0,065	0,150	0,360		
11.	2	2	1			0,065	0,210	0,450		
12.	2	3				0,065	0,290			
13.	3	1	1			0,093	0,270	0,450		
14.	3	2				0,093	0,360			
15.	4	1				0,138	0,450			
16.	5					0,200				

Таблица 15 – Точная универсальная таблица для шести критериев (рассчитана по нумерологической гипотезе)

Номер цепочки	Цепочка						Универсальные значения коэффициентов важности критериев					
	Группа важности критериев						Группа важности критериев					
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B1	B2	B3	B4	B5	B6
1	1	1	1	1	1	1	0,028	0,061	0,094	0,161	0,261	0,394
2	1	1	1	1	2		0,028	0,061	0,094	0,161	0,328	
3	1	1	1	2	1		0,028	0,061	0,094	0,211	0,394	
4	1	1	1	3			0,028	0,061	0,094	0,272		
5	1	1	2	1	1		0,028	0,061	0,128	0,261	0,394	
6	1	1	2	2			0,028	0,061	0,128	0,328		
7	1	1	3	1			0,028	0,061	0,172	0,394		
8	1	1	4				0,028	0,061	0,228			
9	1	2	1	1	1		0,028	0,078	0,161	0,261	0,394	
10	1	2	1	2			0,028	0,078	0,161	0,328		
11	1	2	2	1			0,028	0,078	0,211	0,394		
12	1	2	3				0,028	0,078	0,272			
13	1	3	1	1			0,028	0,106	0,261	0,394		
14	1	3	2				0,028	0,106	0,328			
15	1	4	1				0,028	0,144	0,394			
16	1	5					0,028	0,194				
17	2	1	1	1	1		0,044	0,094	0,161	0,261	0,394	
18	2	1	1	2			0,044	0,094	0,161	0,328		
19	2	1	2	1			0,044	0,094	0,211	0,394		
20	2	1	3				0,044	0,094	0,272			
21	2	2	1	1			0,044	0,128	0,261	0,394		
22	2	2	2				0,044	0,128	0,328			
23	2	3	1				0,044	0,172	0,394			
24	2	4					0,044	0,228				
25	3	1	1	1			0,061	0,161	0,261	0,394		
26	3	1	2				0,061	0,161	0,328			
27	3	2	1				0,061	0,211	0,394			
28	3	3					0,061	0,272				
29	4	1	1				0,086	0,261	0,394			
30	4	2					0,086	0,328				
31	5	1					0,121	0,394				
32	6						0,167					

4 Нумерологический подход и метод анализа иерархий Т.Саати

Интересно попытаться применить для определения задающих коэффициентов метод анализа иерархий Т.Саати [11-13]. Построенная в соответствии с ним расчётная схема для пяти критериев (для большего их количества недостаточно коэффициентов сравнительной важности, предложенных в методе анализа иерархий) приведена в таблице 16. При сравнении двух последних столбцов видно, что ввиду значительного различия в результатах метод анализа иерархий не может заменить нумерологический подход даже при небольшом числе критериев.

Таблица 16 – Сравнение задающих коэффициентов, рассчитанных методом анализа иерархий и на основе нумерологического подхода

Критерии	Критерии					Коэф. по Саати	Коэф. по номер. гипотезе
	B1	B2	B3	B4	B5		
B1	1	0,333	0,200	0,143	0,111	0,03292	0,039406
B2	3	1	0,333	0,200	0,143	0,06364	0,088971
B3	5	3	1	0,333	0,200	0,12957	0,155469
B4	7	5	3	1	0,333	0,26383	0,255837
B5	9	7	5	3	1	0,51004	0,460317
						1	1

Заключение

Результаты, приведённые в настоящей статье, в определённом смысле исчерпывают задачу формирования универсальных таблиц. Показано, что для их построения нет необходимости прибегать к статистическому моделированию или геометрическим построениям в многомерном пространстве. Предложен точный и несложный алгоритм их последовательного формирования. Представляется несложным вывести и рекуррентные аналитические выражения для коэффициентов универсальных таблиц. Реализация программной системы поддержки принятия многокритериальных решений, использующей универсальные таблицы, также не вызывает затруднений.

При решении практических задач ЛПР редко использует более трёх-четырёх групп важности критериев (при этом число самих критериев может быть достаточно большим). Поэтому универсальная таблица для любого числа критериев будет содержать не более четырёх столбцов числовых коэффициентов с тремя-четырьмя знаками после запятой. Количество строк в таблице для n критериев также будет равно не 2^{n-1} , а значительно меньше, поскольку в таблицу войдут лишь цепочки, содержащие не более трёх-четырёх чисел. Такой компактный «справочник» может способствовать повышению культуры использования объективных методов обоснования многокритериальных решений в повседневной практике.

Список источников

- [1] Пиявский, С.А. Как «нумеризовать» понятие «важнее» / С.А. Пиявский // Онтология проектирования. – 2016. – Т. 6, №4(22). – С. 414-435. – DOI: 10.18287/2223-9537-2016-6-4-414-435.
- [2] Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения: Пер. с англ. под ред. И.Ф. Шахнова / Р.Л. Кини, Х. Райфа. - М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
- [3] Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. - М.: Логос, 2000. – 295 с.
- [4] Ларичев, О.И. Вербальный анализ решений / О.И. Ларичев. – М.: Наука, 2006. – 181 с.

- [5] **Johannes J.** Vector Optimization: Theory, Applications, and Extensions. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2010. – 460 p.
 - [6] **Ansari H.Q., Jen-Chih Yao.** Recent Developments in Vector Optimization. Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer-Verlag, 2010. – 550 p.
 - [7] **Hirota N., Yeboon Y., Min Y.** Sequential Approximate Multiobjective Optimization Using Computational Intelligence. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – 197 p.
 - [8] **Malyshev V.V., Piyavsky B.S., Piyavsky S.A.** A Decision Making Method Under Conditions Of Diversity Of Means Of Reducing Uncertainty, Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010. V.49. N1. – p.44-58.
 - [9] **Malyshev V.V., Piyavsky S.A.** The Confident Judgment Method In The Selection Of Multiple Criteria Solutions, Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015. V.54. N5. – p.754-764.
 - [10] **Брусов, В.С.** Многокритериальный анализ концепций высотных беспилотных летательных аппаратов / В.С. Брусов, С.А. Пиявский // Известия вузов «Авиационная техника», №4, 2016. – с.9-16.
 - [11] **Saaty T.L.** The Analytic Hierarchy Process. McGraw Hill. 1980. [Reprinted by RWS Publications, available electronically free, 2000].
 - [12] **Саати, Т.** Аналитическое планирование. Организация систем: Пер. с англ. / Т. Саати, К. Кернс. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.
 - [13] **Саати, Т.** Об измерении неосязаемого. Подход к относительным измерениям на основе главного собственного вектора матрицы парных сравнений / Пер. с англ. О. Н. Андрейчиковой // Электронный журнал Cloud of Science. 2015. Т.2. № 1, - с. 5-39. - https://cloudofscience.ru/sites/default/files/pdf/CoS_2_5.pdf.
-

COMPUTATIONAL ASPECTS OF ESTABLISHING UNIVERSAL TABLES OF CRITERION'S IMPORTANCE

S.A. Piyavsky

*Samara State Technical University, Samara, Russia
spiyav@mail.ru*

Abstract

In work “How do we digitize the concept of «more important»” the author had proposed an approach towards decision-making in multi-criterial comparison of alternatives that would allow to increase the validity and decrease laboriousness of the process. The method is based on preemptive calculation of universal tables of weight coefficients for linear convolution of criterions. This deems unnecessary calculation of those weights every time a decision is made within the considered system. For every set of criterions, a separate table is made. It contains 2^{n-1} rows, where n is the number of criterions. Every row corresponds to a unique possible criterions distribution amongst the importance groups. With more criteria, the computational complexity is so great that the computer's power is not enough to get the result in an acceptable time. This paper presents an approach that makes it possible to decrease the calculation complexity of a single table by 2^{n-1} times. It is made possible due to the observation of so-called “boundary effect”. It shows as repetition of coefficients in different rows of the table. Due to this, a system of linear algebraic equations can be formed, the variables of which are the sought values of the coefficients. The system is easily solved by numerical methods if the coefficients corresponding to one of the rows of the table become known. The proposed approach greatly facilitates the construction of universal tables for a considerably large (several dozen) number of criteria and reduces the amount of memory required from the decision support systems that use this approach. It also allows a deeper understanding of the rational basis of the concept of "more important", used in all areas of human activity.

Key words: *decision making, multiobjective choice, universal importance criterions, boundary effect.*

Citation: *Piyavsky S.A.* Computational aspects of establishing universal tables of criterion's importance. *Ontology of Designing*. 2017; 7(3): 284-295. DOI: 10.18287/2223-9537-2017-7-3-284-295.

References

- [1] *Piyavsky SA*. How do we digitize the concept of «more important» [In Russian]. *Ontology of Designing*. 2016; 6(4): 414-435. DOI: 10.18287/2223-9537-2016-6-4-414-435.
- [2] *Keeney RL., Raiffa H.* Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. With a contribution by RICHARD R MEYER Harvard University. John Wiley & Sons New York Santa Barbara London Sydney Toronto П. John Wiley & Sons, Inc., 1976.
- [3] *Larichev OI*. Theory and methods of decision making [In Russian]. - М.: Logos, 2000. - 295 p.
- [4] *Larichev OI*. Verbal Decision Analysis [In Russian]. - М.: Nauka, 2006 - 181 p.
- [5] *Johannes J.* Vector Optimization: Theory, Applications, and Extensions. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2010. – 460 p.
- [6] *Ansari HQ., Jen-Chih Yao.* Recent Developments in Vector Optimization. Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer-Verlag, 2010. – 550 p.
- [7] *Hirota N., Yeboon Y., Min Y.* Sequential Approximate Multiobjective Optimization Using Computational Intelligence. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – 197 p.
- [8] *Malyshev VV., Piyavsky BS., Piyavsky SA.* A Decision Making Method Under Conditions Of Diversity Of Means Of Reducing Uncertainty, *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2010. V.49. N1. – p.44-58.
- [9] *Malyshev VV., Piyavsky SA.* The Confident Judgment Method In The Selection Of Multiple Criteria Solutions, *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2015; 54(5): 754-764.
- [10] *Brusov VS., Piyavsky SA.* Multi-criteria analysis of concepts of high-altitude unmanned aerial vehicles [In Russian], *News of Higher Schools., Aviation technology*, 2016; 4: 9-16.
- [11] *Saaty TL.* The Analytic Hierarchy Process. McGraw Hill. 1980. [Reprinted by RWS Publications, available electronically free, 2000].
- [12] *Saaty TL., Kearns KP.* Analytical Planning. The Organization of Systems. - Pergamon Press. Oxford New York Toronto Sydney Frankfurt. Elsevier Ltd. 1985. - 208 p. - ISBN: 978-0-08-032599-6.
- [13] *Saaty TL.* On the Measurement of Intangibles. A Principal Eigenvector Approach to Relative Measurement Derived from Paired Comparisons. *Notices of the American Mathematical Society*. 201360. . 10.1090/noti944.

Сведения об авторе



Пиявский Семен Авраамович (1941 г. рождения). Окончил факультет летательных аппаратов Куйбышевского авиационного института в 1964 г., аспирантуру при кафедре динамики полета Московского авиационного института им. С. Орджоникидзе в 1967 г. Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и вычислительной техники Самарского государственного технического университета. Почетный работник высшей школы РФ, академик Академии наук о Земле и Академии нелинейных наук. Опубликовал более 350 научных работ в области системного анализа, методов оптимизации и принятия решений, математического моделирования, образовательных систем и технологий.

Semen Avraamovich Piyavsky (b. 1941). Graduated from Kuibyshev Aviation Institute in 1964 and received a postgraduate degree (1967) at the Flight Dynamics Department at the Moscow Aviation Institute named after Ordzhonikidze. Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Computer Science of Samara State Technical University. Honored Worker of Higher School of Russia, Academician of the Academy of Earth Sciences and Academy of Nonlinear Sciences. He has published over 350 scientific papers in the field of system analysis, optimization techniques and decision-making, mathematical modeling, education systems and technologies.