УДК 519.5

МЕТОД УНИВЕРСАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИ ПРИНЯТИИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

С.А. Пиявский

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, Россия
spiyav@mail.ru

Аннотация

Проблема многокритериального выбора является ключевым элементом принятия сложных решений и уже более полувека не теряет актуальности. Предложен целый ряд подходов и методов, позволяющих предполагать, что принимаемые с их использованием решения наиболее рациональны. Представлен обзор наиболее распространённых методов и их приложений. Основным элементом большинства этих методов является линейная свёртка частных критериев, а их различие состоит в тех или иных эвристических или экспертных способах задания числовых коэффициентов важности критериев. Автором разработан подход, который позволяет использовать при формировании линейной свёртки заранее рассчитанные универсальные таблицы числовых коэффициентов важности частных критериев, что существенно уменьшает как трудоёмкость процесса подготовки принятия решения, так и неизбежный субъективизм, возникающий при эвристическом подборе или экспертном назначении её коэффициентов. Разработанный подход формирования универсальных коэффициентов важности для каждого вида свёртки критериев в различных публикациях называется как минимаксная, гарантирующая свёртка (свёртка Гермейера). Предложенный новый общий метод принятия решений и сравнения многокритериальных альтернатив основан на совместном использовании обоих видов свёрток. Его применение продемонстрировано на двух практически важных задачах – рейтинговой оценке университетов и анализе различных проектных концепций высотных беспилотных летательных аппаратов.

Ключевые слова: *принятие решений, многокритериальный выбор, универсальные коэффициенты важности, минимакс.*

Цитирование: *Пиявский, С.А.* Метод универсальных коэффициентов при принятии многокритериальных решений / С.А. Пиявский // Онтология проектирования. – 2018. – Т. 8, №3(29). – С.449-468. – DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-3-449-468.

Постановка задачи

Рассмотрим классическую постановку задачи многокритериальной оптимизации. Пусть

- Y - множество допустимых альтернатив;
- $f_i(y),\ y \in Y,\ i = 1,...,n$ - частные критерии оптимальности альтернатив $y \in Y$, для определённости желательным является уменьшение значений частных критериев:

(1) $$f_i(y) \longrightarrow \min,\ i = 1,...,n,$$

и также

(2) $$0 \le f_i(y) \le 1,\ i = 1,...,n.$$

Требуется найти «наиболее рациональную» альтернативу $\bar{y} \in Y$, удовлетворяющую интуитивному представлению лица, принимающего решение (ЛПР), о том, что она «в наибольшей степени» отвечает условию (1).

Среди формальных методов, направленных на то, чтобы облегчить ЛПР решение этой задачи (например, [1-7]), наиболее широко распространены методы формирования на основе системы частных критериев $f_i(y),\ i=1,...,n$ некоторого комплексного скалярного критерия (свёртки) $F(f_1(y),...,f_n(y)) \equiv F(y)$, отражающего условие (1) в форме, наиболее адекватной, по мнению ЛПР, его интуитивному представлению о «наиболее рациональной» альтернативе. В этом случае искомая альтернатива $\overline{y} \in Y$ определяется чисто математически из условия

(3) $$F(\overline{y}) = \min_{y \in Y} F(y).$$

На практике наиболее часто используются два вида свёртки:

(4) $$F = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i$$ - средневзвешенная (линейная),

(5) $$F = \max_{i=1,...,n} \alpha_i f_i.$$ - гарантирующая (свёртка Гермейера).

В (4), (5) $\alpha_i,\ i=1,...,n$ - коэффициенты важности соответствующих частных критериев, удовлетворяющие условиям

(6) $$\alpha_i \ge 0,\ i=1,...,n \qquad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1.$$

При таком подходе формальная незамкнутость задачи принятия решения переносится на проблему определения числовых значений коэффициентов важности частных критериев $\alpha_i,\ i=1,...,n$. Однако, как будет ниже показано, в этой сложной и мало достоверной операции нет необходимости, если ЛПР попросту отнесёт частные критерии к различным группам сравнительной важности (возможно, по несколько критериев в одну и ту же группу). Это позволит ему естественным путём формализовать своё интуитивное представление о сравнительной важности критериев, не затрудняясь числовой оценкой.

1 Метод вычисления коэффициентов важности критериев в гарантирующей свёртке

Обозначим:

q - номер группы важности критериев (более важной группе соответствует бо́льший номер);

Q - количество групп важности критериев, тем самым одновременно и номер наиболее важной из групп важности;

$r(i)$ - номер группы важности, к которой отнесён критерий $f_i(y),\ i=1,...,n$, $r(i) \in \{1,...,Q\}$;

n_q - количество частных критериев, входящих в группу важности $q, q=1,...,Q$.

(7) $$n_q = \sum_{\substack{i=1 \\ r(i)=q}}^{n} 1$$

(8) $$\sum_{q=1}^{Q} n_q = n.$$

Очевидно, что учёт групп важности критериев добавляет к ограничениям (6) дополнительные ограничения

(9) $$\alpha_k \ge \alpha_j \quad \forall r, j:\ r(k) > r(j), \quad k=1,...,n,\ \ j=1,...,n.$$

Тем самым в рассмотрение вводятся не конкретные числовые значения коэффициентов важности α_i, $i = 1,...,n$, а некоторое множество S их допустимых значений, определяемое условиями (6), (9).

Как использовать с учётом этого свертки (4), (5)?

Случай линейной свёртки рассмотрен в [8,9]. Исходя из интегративного характера этой свёртки, основанной на осреднении взвешенных значений частных критериев, предлагается перейти к рассмотрению взвешенных значений этих критериев на всём множестве S. Это позволит получить геометрическую интерпретацию результирующих коэффициентов важности частных критериев как координат центра масс множества S в n-мерном пространстве. Соответственно становится возможным рассчитать универсальные таблицы (наподобие таблицы умножения или логарифмов) коэффициентов важности критериев в зависимости от числа частных критериев и их распределения по группам важности. Таким образом, использование линейной свёртки при принятии решений стало чрезвычайно простым делом для ЛПР: он освобождён от необходимости определения значений коэффициентов важности, ему достаточно распределить частные критерии по группам важности, а затем найти соответствующие значения коэффициентов важности в универсальной таблице.

В настоящей статье рассмотрен случай гарантирующей свёртки. Учитывая, что эта свёртка ориентирована на наихудшее (наименьшее) из взвешенных значений частных критериев, естественно ориентироваться на максимизацию этих значений на множестве S:

$$F = \max_{i=1,...,n} \max_{\alpha \in S} \alpha_i f_i \equiv \max_{i=1,...,n} (\max_{\alpha \in S} \alpha_i) f_i , \quad (10)$$

где $\alpha = (\alpha_1,...,\alpha_n)$. Максимальное на S значение $\max\limits_{i=1,...,n} \alpha_i$ достигается при максимально возможном значении α_i из вектора α, удовлетворяющего (6) и (9).

Если представить значения α_k, $k = 1,...,n$ как результат распределения некоторого единичного ресурса (в соответствии с (6)) между частными критериями, то на i-й критерий должна быть направлена максимально возможная величина этого ресурса, допускаемая (9). Для этого на критерии, относящиеся к меньшим (по номерам) группам важности, чем группа важности критерия с номером i, следует направить нулевой ресурс, так же как и на критерии, имеющие ту же группу важности, что и i-й критерий. Что же касается критериев из групп бóльшей важности, чем группа важности критериев с номером i, то ресурс, направляемый на каждый из них, должен быть равен ресурсу, направляемому на критерий с номером i, так как, в соответствии с (9), он не может быть меньше и не обязан быть больше.

Исходя из этого, можно записать для критериев, не относящихся к группе максимальной важности с номером Q.

$$\alpha_i + \alpha_i \sum_{q=r(i)+1} n_q = 1$$

Если же критерий с номером i относится к группе максимальной важности, то его коэффициент важности должен быть принят за 1, в то время как коэффициенты важности всех остальных критериев, в том числе и входящих в ту же группу максимальной важности, должны быть приняты нулевыми:

$$\alpha_i = 1 \quad при \quad r(i) = Q .$$

Таким образом,

(11)
$$\alpha_i = \begin{cases} \dfrac{1}{1+\sum\limits_{q=r(i)+1}^{Q} n_q} & при\ r(i) < Q \\ 1 & при\ r(i) = Q \end{cases}, \ i = 1,...,n .$$

Смысл комплексного критерия (10) не изменится, если его умножить на любое положительное число C. Выберем C так, чтобы сумма весовых коэффициентов при критериях в (10) равнялась единице:

$$C(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1+\sum\limits_{\substack{q=r(i)+1 \\ r(i)<Q}}^{Q} n_q} + \sum_{\substack{i=1 \\ r(i)=Q}}^{n} 1) = 1 .$$

Отсюда

(12)
$$C = \frac{1}{\sum\limits_{\substack{i=1 \\ r(i)<Q}}^{n} \dfrac{1}{1+\sum\limits_{\substack{q=r(i)+1 \\ r(i)<Q}}^{Q} n_q} + n_Q} .$$

Теперь гарантирующая свёртка приобретает вид

(13)
$$F = \max_{i=1,...,n} \beta_i f_i ,$$

где коэффициенты важности критериев, с учётом (11) и (12), равны

(14)
$$\beta_i = \begin{cases} \dfrac{C}{1+\sum\limits_{q=r(i)+1}^{Q} n_q} & при\ \ r(i) < Q \\ C & при\ r(i) = Q \end{cases} \qquad i = 1,...,n ,$$

при этом

(15)
$$\beta_i \geq 0, \ \ i = 1,...,n$$
$$\sum_{i=1}^{n} \beta_i = 1$$

Пример расчёта коэффициентов важности критериев в гарантирующей свёртке приведён в таблице 1. Рассмотрен случай пяти частных критериев, из которых первый критерий отнесён ЛПР-ом к первой группе важности, второй и третий критерии – ко второй группе важности, остальные два критерия – соответственно к третьей и четвёртой группам важности.

Таблица 1 – Пример расчёта коэффициентов важности критериев

Номера критериев i	Номера групп важности критериев				r(i)	$\sum_{\substack{q=r(i)+1 \\ r(i)<Q}}^{Q} n_q$	$\dfrac{1}{1+\sum_{\substack{q=r(i)+1 \\ r(i)<Q}}^{Q} n_q}$	$C=\dfrac{1}{\sum_{\substack{i=1 \\ r(i)<Q}}^{n}\dfrac{1}{1+\sum_{\substack{q=r(i)+1 \\ r(i)<Q}}^{Q} n_q}+n_Q}$	β_i
	1	2	3	4					
1	*				1	4	1/5=0,2	$\dfrac{1}{1,367+1}=0,4225$	0,0845
2		*			2	2	1/3=0,33...		0,1408
3		*			2	2	1/3=0,33...		0,1408
4			*		3	1	1/2=0,5		0,2113
5				*	4	-	-	-	0,4225
n_q	1	2	1	1		Сумма	1,367		

2 Универсальные таблицы коэффициентов важности критериев в свёртках критериев

Как видно из предыдущего пункта, алгоритм вычисления коэффициентов важности критериев в отдельной задаче принятия решения чрезвычайно прост, однако от него можно вообще отказаться, используя заранее вычисленные универсальные таблицы коэффициентов важности критериев для гарантирующей свёртки, подобные тем, которые рассчитаны в [8] для средневзвешенной свёртки. Для расчёта таких таблиц преобразуем (12), сгруппировав в знаменателе слагаемые под знаком суммы по равным значениям $r(i)$:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ r(i)<Q}}^{n}\frac{1}{1+\sum_{\substack{q=r(i)+1 \\ r(i)<Q}}^{Q} n_q}=\sum_{q=1}^{Q-1}\frac{n_q}{1+\sum_{t=q+1}^{Q-1} n_t}.$$

Тогда

(16) $$C=\frac{1}{\sum_{q=1}^{Q-1}\dfrac{n_q}{1+\sum_{t=q+1}^{Q-1} n_q}+n_Q}$$

и вычисление коэффициентов важности β_q^* критериев, входящих в различные группы важности q, $q=1,...,Q$ производится по формулам:

(17) $$\beta_q^*=\begin{cases}\dfrac{C}{1+\sum_{t=q+1}^{Q} n_t} & при \quad q<Q \\ C & при \quad q=Q\end{cases} \qquad q=1,...,Q.$$

В таблицах 2-4 приведены рассчитанные по (16), (17) универсальные таблицы весовых коэффициентов критериев в гарантирующей свёртке для числа критериев от двух до шести. Для удобства комплексного использования при решении практических задач в этих же таблицах приведены универсальные коэффициенты важности критериев и для средневзвешенной свёртки, полученные в [8].

Таблица 2 – Универсальные коэффициенты важности критериев для гарантирующей и средневзвешенной свёртки с двумя, тремя и четырьмя критериями (рассчитаны по точным формулам)

Число частных критериев в задаче принятия решений	Количество критериев в каждой группе важности				Коэффициенты важности критериев для гарантирующей свёртки				Коэффициенты важности критериев для средневзвешенной свёртки			
	Группа важности критериев				Группа важности критериев				Группа важности критериев			
	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4	B1	B2	B3	B4
2	1	1			0,333	0,666			0,250	0,750		
	2				0,500				0,500			
3	1	1	1		0,182	0,273	0,545		0,111	0,278	0,611	
	1	2			0,143	0,429			0,111	0,444		
	2	1			0,250	0,500			0,194	0,611		
	3				0,333				0,333			
4	1	1	1	1	0,120	0,160	0,240	0,480	0,063	0,146	0,271	0,521
	1	1	2		0,097	0,129	0,387		0,063	0,146	0,396	
	1	2	1		0,111	0,222	0,444		0,063	0,208	0,521	
	2	1	1		0,154	0,231	0,462		0,104	0,271	0,521	
	1	3			0,077	0,308			0,063	0,313		
	2	2			0,125	0,375			0,104	0,396		
	3	1			0,200	0,400			0,167	0,521		
	4				0,250				0,250			

Таблица 3 – Универсальные коэффициенты важности критериев для гарантирующей и средневзвешенной свёртки с пятью критериями (рассчитаны приближённо)

Количество критериев в каждой группе важности					Коэффициенты важности критериев для гарантирующей свёртки					Коэффициенты важности критериев для средневзвешенной свёртки				
Группа важности критериев					Группа важности критериев					Группа важности критериев				
B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5
1	1	1	1	1	0,088	0,109	0,146	0,219	0,438	0,038	0,087	0,154	0,256	0,464
1	1	1	2		0,072	0,090	0,120	0,359		0,038	0,087	0,153	0,361	
1	1	2	1		0,082	0,102	0,204	0,408		0,038	0,087	0,205	0,464	
1	1	3			0,058	0,072	0,290			0,038	0,085	0,292		
1	2	1	1		0,085	0,141	0,211	0,423		0,038	0,121	0,255	0,466	
1	2	2			0,070	0,116	0,349			0,038	0,121	0,361		
1	3	1			0,074	0,185	0,370			0,038	0,165	0,466		
1	4				0,048	0,238				0,037	0,238			
2	1	1	1		0,107	0,143	0,214	0,429		0,064	0,155	0,254	0,464	
2	1	2			0,088	0,118	0,353			0,063	0,153	0,361		
2	2	1			0,100	0,200	0,400			0,063	0,204	0,467		
2	3				0,071	0,286				0,062	0,292			
3	1	1			0,133	0,200	0,400			0,093	0,254	0,465		
3	2				0,111	0,333				0,094	0,359			
4	1				0,167	0,333				0,135	0,460			
5					0,200					0,200				

Таблица 4 – Универсальные коэффициенты важности критериев для гарантирующей и средневзвешенной свёртки с шестью критериями (рассчитаны приближённо)

Количество критериев в каждой группе важности						Коэффициенты важности критериев для гарантирующей свёртки						Коэффициенты важности критериев для средневзвешенной свёртки					
Группа важности критериев						Группа важности критериев						Группа важности критериев					
В1	В2	В3	В4	В5	В6	В1	В2	В3	В4	В5	В6	В1	В2	В3	В4	В5	В6
1	1	1	1	1	1	0,068	0,082	0,102	0,136	0,204	0,408	0,026	0,057	0,098	0,154	0,240	0,427
1	1	1	1	2		0,056	0,068	0,085	0,113	0,339		0,026	0,058	0,099	0,154	0,332	
1	1	1	2	1		0,064	0,076	0,096	0,191	0,382		0,026	0,058	0,099	0,198	0,422	
1	1	1	3			0,046	0,055	0,069	0,276			0,026	0,057	0,098	0,273		
1	1	2	1	1		0,066	0,079	0,132	0,197	0,395		0,026	0,058	0,128	0,241	0,420	
1	1	2	2			0,055	0,066	0,110	0,330			0,026	0,057	0,127	0,332		
1	1	3	1			0,058	0,070	0,174	0,349			0,026	0,057	0,165	0,421		
1	1	4				0,038	0,046	0,229				0,025	0,056	0,230			
1	2	1	1	1		0,067	0,100	0,133	0,200	0,400		0,026	0,079	0,157	0,24	0,418	
1	2	1	2			0,056	0,083	0,111	0,333			0,026	0,079	0,155	0,330		
1	2	2	1			0,063	0,094	0,188	0,375			0,026	0,079	0,199	0,419		
1	2	3				0,045	0,068	0,273				0,025	0,078	0,273			
1	3	1	1			0,063	0,125	0,188	0,375			0,025	0,105	0,241	0,417		
1	3	2				0,053	0,105	0,316				0,025	0,104	0,330			
1	4	1				0,053	0,158	0,316				0,025	0,139	0,418			
1	5					0,032	0,194					0,025	0,195				
2	1	1	1	1		0,081	0,101	0,134	0,201	0,403		0,043	0,101	0,156	0,239	0,417	
2	1	1	2			0,067	0,084	0,112	0,335			0,043	0,101	0,155	0,330		
2	1	2	1			0,075	0,094	0,189	0,377			0,043	0,101	0,198	0,418		
2	1	3				0,055	0,068	0,274				0,043	0,099	0,272			
2	2	1	1			0,078	0,130	0,195	0,390			0,043	0,129	0,24	0,416		
2	2	2				0,065	0,109	0,326				0,042	0,128	0,330			
2	3	1				0,069	0,172	0,345				0,042	0,166	0,417			
2	4					0,045	0,227					0,042	0,229				
3	1	1	1			0,097	0,129	0,194	0,387			0,063	0,157	0,239	0,414		
3	1	2				0,081	0,108	0,324				0,062	0,156	0,328			
3	2	1				0,091	0,182	0,364				0,063	0,199	0,415			
3	3					0,067	0,267					0,062	0,271				
4	1	1				0,118	0,176	0,353				0,087	0,241	0,413			
4	2					0,100	0,300					0,086	0,328				
5	1					0,143	0,286					0,117	0,414				
6						0,167						0,167					

3 Пример расчёта рейтинга университетов с использованием универсальных таблиц коэффициентов важности критериев

Рассмотрим использование универсальных коэффициентов важности критериев на конкретном примере. В его основу положены данные Национального рейтинга университетов России за 2018 год [10]. В демонстрационных целях ограничимся данными десяти передовых университетов из 164 университетов, представленных в [10]. Далее они обозначаются кодами от У1 до У10. Подчеркнём, что целью примера является исключительно рассмотрение возможностей предлагаемого метода универсальных коэффициентов, а не реальная «расстановка» конкретных университетов.

В [10] университеты сравниваются по шести сферам: образование; исследования; социальная среда; интернационализация; инновации и предпринимательство; бренд университета.

В каждой из них используется ряд критериев с использованием линейной комбинации с назначенными весовыми коэффициентами (т.е. средневзвешенной свёрткой критериев) и рассчитывается параметрический рейтинг университетов. Так же с использованием средневзвешенной свёртки на основе параметрических рейтингов в различных сферах рассчитывается сводный рейтинг университета. В таблице 5 в разделе «Используются в [10]» показаны применяемые в [10] весовые коэффициенты. В таблице 6 приведены баллы, рассчитанные на этой основе в [10] для десяти выбранных университетов. Используя эти данные по методике, принятой в [10], рассчитаны баллы для определения сводного рейтинга и определён сам сводный рейтинг. Эти результаты показаны в таблице 7 (второй и третий столбцы).

Таблица 5 – Сферы деятельности университетов и коэффициенты важности критериев

Используются в [10]											Предлагаются в настоящей статье							
№	Параметрический показатель	К-во критериев	Распределение критериев по группам важности				Коэффициенты важности критериев по НРУ2018 (%)				Коэффициенты важности критериев для средневзвешенной свёртки (%)				Коэффициенты важности критериев для гарантирующей свёртки (%)			
			В1	В2	В3	В4	В1	В2	В3	В4	В1	В2	В3	В4	В1	В2	В3	В4
0	Сводный рейтинг НРУ2018	6	4	2			***15***	***20***			8,6	32,8			10	30		
1	Оценка деятельности университета в сфере «Образование»	6	4	2			***15***	***20***			8,6	32,8			10	30		
2	Оценка деятельности университета в сфере «Исследования»	8	5	2	1		***10***	***15***	***20***		5,9	18,3	33,9		7,7	15,4	30,7	
3	Оценка деятельности университета в сфере «Социальная среда»	5					***20***				20				20			
4	Оценка деятельности университета в сфере «Интернационализация»	5	1	3	1		***15***	***20***	***25***		4	16,8	45,7		7,4	18,5	37	
5	Оценка деятельности университета в сфере «Инновации и Предпринимательство»	6	1	3	1	1	***10***	***15***	***20***	***25***	2,8	10,7	24,1	40,7	6,3	12,5	18,8	37,5
6	Оценка бренда университета	5	1	1	3		***10***	***15***	***25***		4	9	29		5,8	7,2	29	

Таблица 6 – Баллы и параметрический рейтинг университетов в различных сферах деятельности (по [10])

Университет	Балл университета в различных сферах деятельности:					
	образование	исследования	социальная среда	интернационализация	инновации и предпринимательство	бренд университета
У1	864	424	487	363	501	195
У2	842	364	512	465	691	147
У3	826	***704***	593	***879***	761	250
У4	***937***	586	822	862	584	309
У5	833	539	821	602	***968***	163
У6	874	450	***882***	835	729	***494***
У7	825	409	497	353	568	213
У8	885	653	785	791	713	255
У9	824	607	809	767	777	304
У10	831	450	788	565	517	330

Таблица 7 – Сводный рейтинг университетов при различных коэффициентах важности критериев

Университет	Рассчитан по методике [10] с принятым в ней соотношением коэффициентов важности критериев 2:1		Рассчитан по методике [10] с принятым в методе анализа иерархий Т.Саати соотношением коэффициентов важности критериев 3:1	
	Балл	Сводный рейтинг	Балл	Сводный рейтинг
У1	489	10	541	9
У2	513	8	543	8
У3	678	5	707	3
У4	691	2	714	2
У5	657	6	667	6
У6	705	1	691	5
У7	491	9	533	10
У8	689	3	715	1
У9	684	4	695	4
У10	586	7	604	7

Проанализируем приведённые данные.

1. Видно, что некоторые университеты (отмечены жирным шрифтом в столбце 1 таблицы 6) являются неэффективными по Парето и потому могут далее не рассматриваться, если требуемое решение сводится к выбору наиболее рациональной альтернативы. Это университеты У1 (доминируются университетами У4, У6, У8), У2 (У6, У8), У7 (У2, У4, У6, У8) и У10 (У6), однако они оставлены в рассмотрении, поскольку преимуществом использования методологии комплексной свёртки критериев является возможность линейной зависимости трудоёмкости процесса от количества альтернатив. Она позволяет использовать достаточно большое количество вариантов решения в отличие от квадратичной зависимости, характерной для методов принятия решений, основанных на попарном сравнении альтернатив.

2. Анализ коэффициентов важности различных критериев, численно заданных в [10] для расчёта комплексных критериев эффективности в рамках отдельных областей деятельности университетов и сводного рейтинга, демонстрирует, что авторы методики на самом деле использовали разбиение критериев на группы важности, а затем присвоили коэффициентам важности этих групп эмпирически выбранные значения. Этот подход реализуется в подавляющем числе практических задач. Его использование свидетельствует о том, что в реальности методика экспертного определения числовых значений коэффициентов важности критериев не имеет практической перспективы.

3. Данные, отвечающие принятому в [10] разбиению критериев на группы важности, восстановлены в таблице 5. Именно они должны считаться исходной информацией в рассматриваемой задаче принятия решения. Но в этом случае становится ясно, что результаты, полученные в [10], легко могут быть поставлены под сомнение, поскольку принятые в ней соответствующие числовые значения коэффициентов важности ничем не обоснованы. Например, при расчёте сводного рейтинга соотношение коэффициентов важности двух групп критериев: более важной и менее важной, - принято 2:1 (20% и 10%). Если ориентироваться на имеющий мировую известность и достаточно широко применяемый метод анализа иерархий Т. Саати [11-13], это соотношение должно быть 3:1 (30% и 10%)? А при таком соотношении результаты относительно первых мест становятся совершенно иными (таблица 7)! Университет У6, занимавший первое место по сводному рейтингу, оказывается лишь на пятом месте, а с третьего места на первое место перемещается университет У8, не имеющий, в частности, среди исходных баллов по отдельным областям деятельности ни одного рекордного значения.

4. В таблице 8 приведены значения комплексных критериев и отвечающие им рейтинги, рассчитанные с использованием коэффициентов важности методики [10], а также универсальных коэффициентов важности для средневзвешенной и гарантирующей свёртки. Как и следовало ожидать, полученные рейтинги разнятся. И при этом результаты, использующие универсальные коэффициенты, обладают более высокой достоверностью, поскольку исключено недекларированное субъективное воздействие на них в процессе организации принятия решения.

Таблица 8 – Сводный рейтинг университетов при различных коэффициентах важности критериев

Университет	Рассчитан по методике [10] с принятыми в ней коэффициентами важности критериев 20% и 10%		Рассчитан для линейной свёртки с универсальными коэффициентами важности 32,8% и 8,6%		Рассчитан для гарантирующей свёртки с универсальными коэффициентами важности 30% и 10%	
	Балл	Сводный рейтинг	Свёртка	Сводный рейтинг	Свёртка	Сводный рейтинг
У1	489	10	**555**	**8**	**259**	**4**
У2	513	8	**551**	**9**	**252**	**5**
У3	678	5	**715**	**3**	**247**	**8-10**
У4	691	2	**721**	**2**	**281**	**1**
У5	657	6	**669**	**6**	**249**	**6-7**
У6	705	1	**687**	**5**	**262**	**3**
У7	491	9	**545**	**10**	**247**	**8-10**
У8	689	3	**723**	**1**	**265**	**2**
У9	684	4	**697**	**4**	**247**	**8-10**
У10	586	7	**609**	**7**	**249**	**6-7**

5. После перехода к универсальным коэффициентам важности критериев в методике принятия решения перед ЛПР остаётся лишь один вид неопределённости: какой из подходов: средневзвешенный или гарантирующий - он считает необходимым использовать при принятии решения. Но можно сразу указать, что, безусловно, его заинтересуют результаты применения обоих подходов, тем более, что использование таблиц универсальных коэффициентов делает это нетрудоёмким.

Исходными данными для дальнейшего анализа служит часть таблицы 8, выделенная жирным шрифтом. При этом целесообразно перейти от задачи на максимум к привычной для теории оптимизации задаче на минимум и к нормированным величинам, показывающим долю относительного отклонения значения свертки $f(y)$ для варианта решения y между минимальным и максимальным значениями среди всех рассматриваемых вариантов решения Y:

$$\overline{f}(y)=1-\frac{f(y)-\min\limits_{y\in Y} f(y)}{\max\limits_{y\in Y} f(y)-\min\limits_{y\in Y} f(y)}$$

Тогда данные, отвечающие таблице 8, будут представлены во втором и третьем столбцах таблицы 9. Учитывая, что при любом числе частных критериев таблица 9 содержит лишь два столбца данных – значения двух свёрток, удобно представить их графически (см. рисунок 1). На рисунке 1 видно, что Парето-оптимальными являются два университета: У4 и У8. После их исключения из рассмотрения Парето-оптимальными становятся У3 и У6, затем последовательно У9, У5, У1, далее У10, У2 и наконец У7. Таким образом, получен сводный рейтинг университетов, отражённый в четвёртом столбце таблицы 9.

Таблица 9 – Относительные значения средневзвешенной и гарантирующей свёрток критериев (относительно минимального значения среди всех рассматриваемых альтернатив) и сводный рейтинг университетов по Парето

Университет	Средневзвешенная свёртка	Гарантирующая свёртка	Сводный рейтинг университетов по Парето
У1	0,943	0,647	5-6
У2	0,966	0,853	7-8
У3	0,045	1	3-4
У4	0,011	0	1 -2
У5	0,303	0,941	5-6
У6	0,202	0,559	3-4
У7	1	1	9
У8	0	0,470	1 - 2
У9	0,146	1	5 - 6
У10	0,640	0,941	7-8

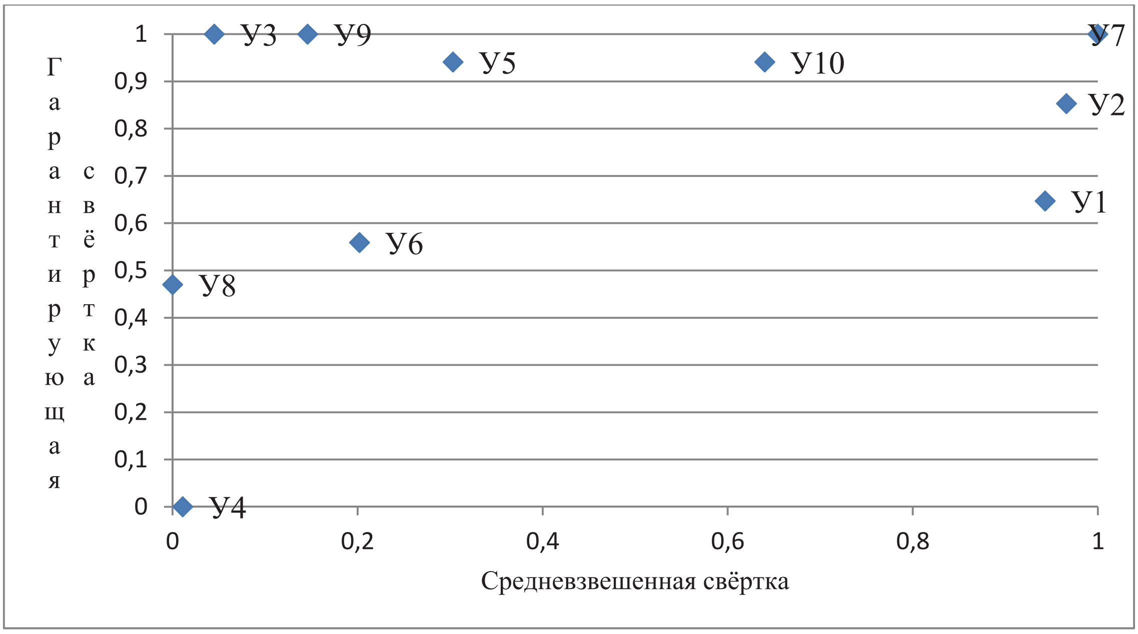

Рисунок 1 - Относительные значения средневзвешенной и гарантирующей свёрток критериев при сравнительной оценке университетов

Обратим внимание на то, что этот рейтинг обладает максимально возможной достоверностью, поскольку при его расчёте не пришлось требовать от ЛПР никакой дополнительной информации сверх исходных данных, приведённых в таблице 6, и распределения критериев по группам важности – ему даже не потребовалось определиться, какой из двух видов свёртки он считает предпочтительным! Столь подробного по детализации предпочтительности университетов рейтинга не удалось бы получить, если бы пытались изначально построить рейтинг, последовательно используя принцип оптимальности Парето. В этом случае в первый слой Парето-оптимальных альтернатив вошли бы сразу шесть университетов – все, которые не отмечены жирным шрифтом в таблице 6.

6. Можно ещё повысить детализацию рейтинга, приведённого в четвёртом столбце таблицы 9, если ЛПР сочтёт возможным выбрать одно из следующих суждений:

- использовать средневзвешенную свёртку;
- использовать гарантирующую свёртку;
- средневзвешенная свёртка предпочтительнее гарантирующей;
- гарантирующая свёртка предпочтительнее средневзвешенной;
- обе свёртки равноценны.

Тогда рейтинг определяется на основе вспомогательного критерия VK, который в первых двух случаях равен соответствующей свёртке. В третьем и четвёртом случаях естественно использовать универсальные коэффициенты важности двух критериев. Тогда в случае предпочтительности средневзвешенной свёртки

$$VK = \frac{3}{4}SK + \frac{1}{4}GK \quad , \tag{18}$$

где SK и GK - значения соответственно средневзвешенной и гарантирующей свёрток, а в случае предпочтительности гарантирующей свертки

$$VK = \max(\frac{1}{3}SK; \frac{2}{3}GK) \ . \tag{19}$$

В пятом случае вспомогательный критерий следует принять равным среднему арифметическому средневзвешенной и гарантирующей свёрток. Результаты показаны в таблицах 10, 11.

Таблица 10 – Значения вспомогательного критерия при выраженном ЛПР отношении к видам свёртки критериев

Университет	Утверждение ЛПР				
	Использовать средневзвешенную свёртку	Использовать гарантирующую свёртку	Средневзвешенная свёртка предпочтительнее гарантирующей	Гарантирующая свёртка предпочтительнее средневзвешенной	Обе свёртки равноценны
У1	0,943	0,647	0,869	0,431	0,795
У2	0,966	0,853	0,938	0,568	0,9095
У3	0,045	1	0,284	0,667	0,522
У4	0,011	0	0,008	0,003	0,005
У5	0,303	0,941	0,463	0,627	0,622
У6	0,202	0,559	0,291	0,372	0,380
У7	1	1	1,000	0,667	1
У8	0	0,47	0,118	0,313	0,235
У9	0,146	1	0,360	0,667	0,573
У10	0,64	0,941	0,715	0,627	0,790

Таблица 11 – Сводный рейтинг университетов при выраженном ЛПР отношении к видам свёртки критериев

Университет	Утверждение ЛПР				
	Использовать средневзвешенную свёртку	Использовать гарантирующую свёртку	Средневзвешенная свёртка предпочтительнее гарантирующей	Гарантирующая свёртка предпочтительнее средневзвешенной	Обе свёртки равноценны
У1	8	4	8	4	8
У2	9	5	9	5	9
У3	3	8 - 10	3	7 - 10	4
У4	2	1	1	1	1
У5	6	6 - 7	6	6	6
У6	5	3	4	3	3
У7	10	8 - 10	10	7 - 10	10
У8	1	2	2	2	2
У9	4	8 - 10	5	7 - 10	5
У10	7	6 - 7	7	7 - 10	7

4 Метод универсальных коэффициентов

Изложенное выше суммируем в виде следующего метода универсальных коэффициентов при принятии многокритериальных решений.

Этап 1. ЛПР обеспечивает формирование набора альтернатив, перечня критериев их эффективности и таблицы значений критериев для различных альтернатив.

Этап 2. ЛПР относит критерии эффективности к различным группам важности.

Этап 3. С использованием таблиц универсальных коэффициентов важности критериев для средневзвешенной и гарантирующей свёрток (до шести критериев можно использовать таблицы 2 – 4 настоящей статьи) рассчитываются значения этих свёрток для всех альтернатив. При этом используются нормированные значения критериев, приведённые к требованию минимума. Если количество критериев превышает шесть, универсальные коэффициенты для средневзвешенной свёртки можно рассчитать по методике, приведённой в [8], а для гарантирующей свёртки – по формулам (14), (15) или (16), (17) настоящей статьи.

Этап 4. По рассчитанным значениям средневзвешенной и гарантирующей свёрток с использованием принципа оптимальности Парето определяются рейтинги альтернатив и тем самым альтернативы упорядочиваются по степени их рациональности. Если получившийся при этом уровень детализации удовлетворяет ЛПР, процесс завершается, либо ЛПР обращается к этапам 1, 2 и модифицирует их. Поскольку этапы 3, 4 могут быть полностью автоматизированы, подобный метод даёт в руки ЛПР гибкий инструмент всестороннего анализа проблемы, в отношении которой ищется наиболее рациональное решение.

Этап 5. Если ЛПР желает увеличить степень детализации результата, он выбирает одно из суждений о предпочтительности использования в решаемой задаче одной из свёрток. С учётом этого производится расчёт вспомогательного критерия и новый расчёт рейтинга альтернатив по правилу, описанному в п.6 предыдущего раздела.

5 Пример сравнительного многокритериального анализа концепций высотных беспилотных летательных аппаратов

Рассмотрим исследованную в [14] задачу анализа различных концепций высотных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Используем для этого метод МУК.

В таблице 12 (таблица 1 из [14]) показаны 15 сравниваемых концепций БПЛА, а в таблице 13 (на основе таблиц 2 – 4 из [14]) значения частных критериев, характеризующих эффективность соответствующих БПЛА.

Таблица 12 – Кодировка концепций БПЛА (по [14])

Способ преобразования энергии	Аэродинамическая схема		
	Нормальная	Летающее крыло	Сочленённая
1.С двигателем ВС (дизель)	1 Н	1 Л	1 С
2.С двигателем ВС (жидкий водород)	2 Н	2 Л	2 С
3. С топливными элементами и электрическим двигателем	3 Н	3 Л	3 С
4. С фотоэлектрическими преобразователями солнечной радиации, электрическим двигателем, химическими накопителями	4 Н	4 Л	4 С
5. С фотоэлектрическими преобразователями солнечной радиации, электролизером, топливными элементами, электрическим двигателем	5 Н	5 Л	5 С

Таблица 13 – Частные критерии эффективности БПЛА различных концепций (по [14])

Код концепции БПЛА	Производительность км^2/день	Длительность летной операции, день	Временная эффективность летной операции	Относительная масса целевой аппаратуры	Взлетная масса, кг	Размах крыла, м	Степень покрытия пространственно-временной области заданий	Стоимость часа работы целевой аппаратуры, \$/км^2
Направление оптимизации	макс	макс	макс	макс	мин	мин	макс	мин
Группа важности	4	1	1	3	1	1	3	2
1Н	140000	2	0,5	0,1	11000	30	1	25
2Н	140000	5	0,6	0,1	12000	30	1	20
3Н	80000	9	0,8	0,15	10000	30	1	18
4Н	80000	180	0,99	0,24	1000	80	0,5	5
5Н	80000	160	0,99	0,2	1100	80	0,45	6
1Л	140000	41852	0,5	0,15	11000	30	1	30
2Л	140000	41824	0,6	0,15	12000	30	1	28
3Л	80000	41859	0,8	0,18	10000	30	1	27
4Л	80000	175	0,99	0,26	1000	80	0,48	6
5Л	80000	155	0,99	0,22	1100	80	0,42	7
1С	140000	41760	0,5	0,1	12000	25	1	34
2С	140000	4	0,6	0,1	13000	25	1	32
3С	80000	8	0,8	0,15	11000	25	1	30
4С	80000	160	0,99	0,25	1100	60	0,45	7
5С	80000	130	0,99	0,2	1200	60	0,4	8

Как следует из третьей строки таблицы 13, из восьми используемых критериев четыре относятся к первой (наименьшей) группе важности, один – ко второй группе важности, два – к третьей и один – к четвёртой группам важности. Универсальные коэффициенты важности критериев для этого случая показаны в таблице 14.

Таблица 14 – Универсальные коэффициенты важности критериев при сравнительном анализе концепций БПЛА

Количество критериев	Количество критериев в каждой группе важности				Коэффициенты важности критериев для средневзвешенной свёртки				Коэффициенты важности критериев для гарантирующей свёртки			
	В 1	В2	В3	В 4	В1	В2	В3	В4	В1	В2	В3	В4
8	4	1	2	1	0,0454	0,1099	0,1824	0,3378	0,0656	0,0819	0,1639	0,3279

В таблице 15 приведены нормированные значения частных критериев оптимальности концепций БПЛА, направленные на минимизацию каждого критерия.

Таблица 15 – Нормированные частные критерии эффективности БПЛА различных концепций, приведённые к минимизации

Код концепции БПЛА	Производительность км^2/день	Длительность летной операции, день	Временная эффективность лётной операции	Относительная масса целевой аппаратуры	Взлетная масса, кг	Размах крыла, м	Степень покрытия пространственно-временной области заданий	Стоимость часа работы целевой аппаратуры, \$/км^2
Направление оптимизации	мин	мин	мин	мин	мин	мин	мин	мин
Группа важности	4	1	1	3	1	1	3	2
Коэффициент важности для средневзвешенной свёртки	0,3378	0,0454	0,0454	0,1824	0,0454	0,0454	0,1824	0,1099
Коэффициент важности для гарантирующей свёртки	0,3279	0,0656	0,0656	0,1639	0,0656	0,0656	0,1639	0,0819
1Н	0,000	1,000	1,000	1,000	0,167	0,909	0,000	0,310
2Н	0,000	1,000	0,796	1,000	0,083	0,909	0,000	0,483
3Н	1,000	1,000	0,388	0,688	0,250	0,909	0,000	0,552
4Н	1,000	0,996	0,000	0,125	1,000	0,000	0,833	1,000
5Н	1,000	0,996	0,000	0,375	0,992	0,000	0,917	0,966
1Л	0,000	0,000	1,000	0,688	0,167	0,909	0,000	0,138
2Л	0,000	0,001	0,796	0,688	0,083	0,909	0,000	0,207
3Л	1,000	0,000	0,388	0,500	0,250	0,909	0,000	0,241
4Л	1,000	0,996	0,000	0,000	1,000	0,000	0,867	0,966
5Л	1,000	0,996	0,000	0,250	0,992	0,000	0,967	0,931
1С	0,000	0,002	1,000	1,000	0,083	1,000	0,000	0,000
2С	0,000	1,000	0,796	1,000	0,000	1,000	0,000	0,069
3С	1,000	1,000	0,388	0,688	0,167	1,000	0,000	0,138
4С	1,000	0,996	0,000	0,063	0,992	0,364	0,917	0,931
5С	1,000	0,997	0,000	0,375	0,983	0,364	1,000	0,897

В таблице 16 приведены рассчитанные значения линейной и гарантирующей свёрток, их нормированные значения как относительные отклонения от минимального значения среди всех рассматриваемых альтернатив, а также сводный рейтинг концепций БПЛА по Парето, определённый на основе этих данных (рисунок 2).

Таблица 16 – Относительные значения средневзвешенной и гарантирующей свёрток критериев (относительные отклонения от минимального значения среди всех рассматриваемых альтернатив) и сводный рейтинг концепций БПЛА по Парето

Код концепции БПЛА	Средневзвешенная свёртка	Гарантирующая свёртка	Нормированная средневзвешенная свёртка	Нормированная гарантирующая свёртка	Сводный рейтинг концепций БПЛА по Парето
1Н	0,356	0,164	0,225	0,000	4 - 5
2Н	0,362	1,000	0,235	1,000	6 - 7
3Н	0,640	1,000	0,727	1,000	9
4Н	0,713	1,000	0,857	1,000	11
5Н	0,770	1,000	0,958	1,000	12
1Л	0,235	0,258	0,010	0,113	1 - 3
2Л	0,229	0,826	0,000	0,792	1 - 3
3Л	0,526	0,826	0,525	0,792	6 - 7
4Л	0,693	1,000	0,821	1,000	10
5Л	0,752	1,000	0,927	1,000	13
1С	0,277	0,250	0,084	0,103	1 - 3
2С	0,317	1,000	0,155	1,000	4 - 5
3С	0,594	1,000	0,647	1,000	8
4С	0,726	1,000	0,880	1,000	12
5С	0,794	1,000	1,000	1,000	15

Детализация полученного решения вполне удовлетворительна – лишь в двух случаях две концепции делят одно и тоже место, и в одном случае на одном и том же месте находятся три концепции: 1Л, 2Л и 1С.

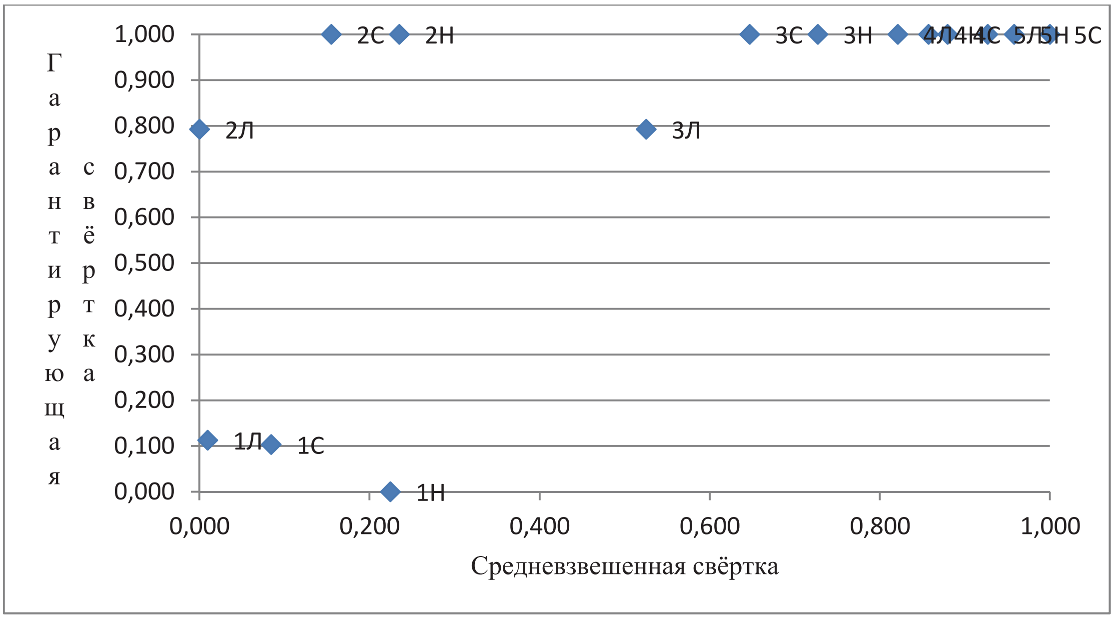

Рисунок 2 - Относительные значения средневзвешенной и гарантирующей свёрток критериев при сравнительной оценке концепций БПЛА

Это решение частично упорядочивает альтернативы по комплексной оценке, однако не даёт им количественной оценки. Для того, чтобы получить и такую оценку, необходимо привлечь дополнительно утверждение ЛПР о некоторой предпочтительности для него одного из двух видов свёртки: средневзвешенной и гарантирующей. В рассматриваемом примере положим, что средневзвешенная свёртка для ЛПР предпочтительнее. Отвечающие этому соображению итоговая комплексная оценка и рейтинг концепций БПЛА приведены в таблице 17 (второй и третий столбцы). Для сравнительного анализа там же показаны соответствующие значения для средневзвешенной и гарантирующей свёрток.

Таблица 17 – Итоговая комплексная оценка (на минимум) и рейтинг концепций БПЛА

Код концеп-ции БПЛА	Используются обе свертки, но средневзвешенная представляется ЛПР более предпочтительной		Средневзвешенная свертка		Гарантирующая свертка	
	Итоговая комплексн ая оценка	Итоговый рейтинг	Нормирован ное значение свертки	Рейтинг	Нормирован ное значение свертки	Рейтинг
1Н	0,168	3	0,225	5	0,000	1
2Н	0,426	6	0,235	6	1,000	6 - 15
3Н	0,795	9	0,727	9	1,000	6 - 15
4Н	0,893	11	0,857	11	1,000	6 - 15
5Н	0,968	14	0,958	14	1,000	6 - 15
1Л	0,035	1	0,010	2	0,113	3
2Л	0,198	4	0,000	1	0,792	4 - 5
3Л	0,592	7	0,525	7	0,792	4 - 5
4Л	0,866	10	0,821	10	1,000	6 - 15
5Л	0,945	13	0,927	13	1,000	6 - 15
1С	0,089	2	0,084	3	0,103	2
2С	0,366	5	0,155	4	1,000	6 - 15
3С	0,735	8	0,647	8	1,000	6 - 15
4С	0,910	12	0,880	12	1,000	6 - 15
5С	1,000	15	1,000	15	1,000	6 - 15

Заключение

Математическая незамкнутость задачи многокритериальной сравнительной оценки альтернатив предполагает активную роль ЛПР в принятии решения. Однако следует различать ту часть этой роли, которая опирается на его неотчуждаемую суверенную волю и никому не должна делегироваться и ту, которая продиктована чисто технологическим стремлением замкнуть проблему с тем, чтобы сделать её решение полностью формализуемым.

Автор полагает [9, 15, 16], что первая часть роли ЛПР ограничивается лишь двумя типами так называемых «уверенных суждений»:

Уверенное суждение первого типа. При своей уверенности ЛПР может отнести различные частные критерии к различным группам важности. Например, «критерии 1 и 4 наиболее важны, критерии 2 и 6 просто важны, а критерий 5 имеет наименьшую важность». Подчеркнём, что не предполагается, что ЛПР даёт количественную оценку степени сравнительной важности частных критериев, речь идёт лишь об их качественном сравнении.

Уверенное суждение второго типа. При желании ЛПР может сконструировать пары Парето-несравнимых векторов частных критериев, в отношении которых он уверен, что один из векторов «лучше» другого. При этом не требуется, чтобы эти векторы обязательно отражали эффективность каких-либо реальных объектов.

Этого достаточно для того, чтобы методами «шансов» и «уверенных суждений» получить комплексные количественные оценки эффективности альтернатив.

Однако результаты, полученные в [8,17] и в настоящей статье позволяют значительно продвинуться в сторону упрощения оценки многокритериальных альтернатив. ЛПР получает возможность практически мгновенно «проигрывать» результаты корректировки своей целевой установки и тем самым не задавать её изначально, а гибко формировать совместно с содержательной неформальной оценкой последствий её применения. Это позволяет поставить перед методологами принятия решений проблему более высокого порядка – о поддержке процесса формирования ЛПР своей целевой установки при принятии решения.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ, научный проект № 18-08-00858 А, 09.02.2018.

Список источников

[1] ***Ларичев, О.И.*** Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.: Логос, 2002. – 392 с.
[2] ***Ларичев, О.И.*** Вербальный анализ решений / О.И. Ларичев // ИСИ РАН. – М.: Наука, 2006. – 181 с.
[3] ***Черноруцкий, И.Г***. Методы принятия решений / И.Г. Черноруцкий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
[4] ***Лебедев, А.А.*** Курс системного анализа / А.А. Лебедев. - М.: Машиностроение/Машиностроение-Полет, 2010. – 256 с.
[5] ***Johannes, J.*** Vector Optimization: Theory, Applications, and Extensions / J. Johannes. - Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2010. 460 p.
[6] ***Ansari, H.Q.*** Recent Developments in Vector Optimization / H.Q. Ansari, Yao. Jen-Chih. - Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer-Verlag, 2010. 550 p.
[7] ***Hirotaka, N.*** Sequential Approximate Multiobjective Optimization Using Computational Intelligence / N. Hirotaka, Y. Yeboon, Y. Min. - Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. - 197 p.
[8] ***Пиявский, С.А.*** Как «нумеризовать» понятие «важнее» / С.А. Пиявский // Онтология проектирования. – 2016. – Т.6, №4(22). – С.414-435. – DOI: 10.18287/2223-9537-2016-6-4-414-435.
[9] ***Malyshev, V.V.*** The confident judgment method in the selection of multiple criteria solutions / Malyshev V.V., Piyavsky S.A. // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015. v. 54. No 5. - P.754-764.
[10] Методика и процедуры формирования Национального рейтинга университетов 2018 года - http://univer-rating.ru/txt.asp?rbr=30&txt=Rbr30Text4021&lng=0.
[11] ***Saaty, T.L.*** The Analytic Hierarchy Process. McGraw Hill. 1980. [Reprinted by RWS Publications, available electronically free, 2000].
[12] ***Саати, Т.*** Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. Пер. с англ – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.
[13] ***Саати, Т.*** Об измерении неосязаемого. Подход к относительным измерениям на основе главного собственного вектора матрицы парных сравнений / Т. Саати // Электронный журнал Cloud of Science. 2015. Т. 2. № 1, - http://cloudofscience.ru.
[14] ***Brusov, V.S***. Multi-criteria analysis of high-altitude UAV concepts / V.S. Brusov, S.A. Piyavsky // Russian Aeronautics v.59, No.4, 2016. – P.447-452.

[15] ***Malyshev, V.V.*** A decision making method under conditions of diversity of means of reducing uncertainty / V.V. Malyshev, B.S. Piyavsky, S.A. Piyavsky // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010. v.49. No 1. - P.44-58.

[16] ***Пиявский, С.А.*** Два новых понятия верхнего уровня в онтологии многокритериальной оптимизации / С.А. Пиявский // Онтология проектирования. №1(7), 2013. – С.65-85.

[17] ***Пиявский, С.А.*** Вычислительные аспекты формирования универсальных таблиц коэффициентов важности критериев / С.А. Пиявский // Онтология проектирования. – 2017. – Т. 7, №3(25). - С.284-295. – DOI: 10.18287/2223-9537-2017-7-3-284-295.

METHOD OF UNIVERSAL COEFFICIENTS FOR THE MULTI-CRITERIAL DECISION MAKING

S.A. Piyavsky

Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia
spiyav@mail.ru

Abstract

The problem of multi-criteria choice is a key element in making complex decisions and it has not lost its relevance for more than half a century. A number of approaches and methods suggest that the decisions made with their use are most rational. An overview of the most common methods and their applications is presented. The main element of most of these methods is the linear convolution of particular criteria, and their difference consists in one or another heuristic or expert way of specifying the numerical coefficients of the importance of the criteria. Author developed an approach that allows the pre-calculated universal tables of numerical coefficients of the importance of particular criteria to be used in the formation of a linear convolution, which significantly reduces both the complexity of the decision-making process and the inevitable subjectivism arising from heuristic selection or expert assignment of its coefficients. In the paper, an analogous approach is developed for an equally theoretically and practically important convolution of criteria, which in different publications is called differently: minimax, guarantee, Hermieier convolution. This allowed us to propose a new general method for making decisions and comparing multicriteria alternatives (the MUC method), based on the joint use of both types of bundles. Its application was demonstrated on two practically important tasks - the rating evaluation of universities and the analysis of various design concepts of high-altitude unmanned aero vehicles.

Key words: *decision making, multi-criteria choice, universal importance criterion, minimax.*

Citation: *Piyavsky SA.* Method of universal coefficients for the multi-criterial decision making [In Russian]. *Ontology of designing.* 2018; 8(3): 449-468. - DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-3-449-468.

Acknowledgment

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, scientific project No. 18-08-00858 A, 09.02.2018.

References

[1] ***Larichev OI.*** Theory and methods of decision making [In Russian]. – M.: Logos, 2002. – 392 p.

[2] ***Larichev OI.*** Verbal Decision Analysis [In Russian]. – M.: Nauka, 2006. – 181 p.

[3] ***Chrnorutskiy IG.*** Methods of decision making [In Russian]. – SPb.: BHV-Peterburg, 2005. - 416 p.

[4] ***Lebedev AA.*** Course of the system analysis [In Russian]. – M.: Mashinostroyeniye / Mashinostroyeniye-Polyot, 2010. – 256 p.

[5] ***Johannes J.*** Vector Optimization: Theory, Applications, and Extensions. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2010. - 460 p.

[6] ***Ansari HQ, Jen-Chih Yao.*** Recent Developments in Vector Optimization. Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer-Verlag, 2010. - 550 p.
[7] ***Hirotaka N, Yeboon Y, Min Y.*** Sequential Approximate Multiobjective Optimization Using Computational Intelligence. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. - 197 p.
[8] ***Piyavsky SA.*** How do we digitize the concept of “more important” [In Russian]/ Ontology of Designing. 2016; 6(4): 414-435. DOI: 10.18278/2223-2016-6-4-414-435.
[9] ***Malyshev VV, Piyavsky SA.*** The confident judgment method in the selection of multiple criteria solutions - Journal of Computer and Systems Sciences International. 2015; 54(5): 754-764.
[10] National Rating of Universities - http://univer-rating.ru/txt.asp?rbr=30&txt=Rbr30Text4021&lng=0.
[11] ***Saaty TL***. The Analytic Hierarchy Process. McGraw Hill. 1980. [Reprinted by RWS Publications, available electronically free, 2000].
[12] ***Saati TL, Kearns KP.*** Analytical Planning, The Organizations of Systems. - Pergamon Press. Oxford New York Toronto Sydney Frankfurtt. Elsevie Ltd/ 1985. – 208 p.
[13] ***Saati TL***. On the Measurement of Intangibles. A Principal Eigenvector Approach to Relative Measurement Derived from Paired Comparisons. Notices of the American Mathematical Society. 2013. - DOI: 10.1090/noti944.
[14] ***Brusov VS, Piyavskii SA***. Multi-criteria analysis of high-altitude UAV concepts, Russian Aeronautics. 2016; 59(4): 447-452.
[15] ***Malyshev VV, Piyavsky BS, Piyavsky SA.*** A decision making method under conditions of diversity of means of reducing uncertainty - Journal of Computer and Systems Sciences International. 2010; 49(1): 44-58.
[16] ***Piyavsky SA.*** Two new top-level concepts in the ontology of multiobjective optimization [In Russian]. - Ontology of designing. 2013; 1(7): 65-85.
[17] ***Piyavsky SA.*** Computational aspects of establishing universal tables of criterion's importance [In Russian]. Ontology of Designing. 2017; 7(3): 284-295. DOI: 10.18287/2223-9537-2017-7-3-284-295.

Сведения об авторе

Пиявский Семён Авраамович. Окончил факультет летательных аппаратов Куйбышевского авиационного института в 1964 году, аспирантуру при кафедре Динамики полёта Московского авиационного института им. С. Орджоникидзе в 1967 году. Доктор технических наук, профессор Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Почётный работник высшей школы РФ, академик Академии наук о Земле и Академии нелинейных наук. Опубликовал более 350 научных работ в области системного анализа, методов оптимизации и принятия решений, математического моделирования, образовательных систем и технологий. Основные научные результаты: онтологии образовательного процесса, методы многоэкстремальной оптимизации, принятия решений в условиях неустранимой неопределённости, оптимизации многоцелевых систем летательных аппаратов; теория многоцелевых систем, компьютерная технология технического творчества, теория оптимального управления развитием научных способностей молодёжи и др.

Semen Avraamovich Piyavsky. Graduated from Kuibyshev Aviation Institute in 1964 and the graduate school at the Flight Dynamics Department at the Moscow Aviation Institute named Ordzhonikidze in 1967. Doctor of Technical Sciences, Professor of the Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics. Honored Worker of Higher School of Russia, Academician of the Academy of Earth Sciences and Academy of Nonlinear Sciences. He has published over 350 scientific papers in field of system analysis, optimization techniques and decision-making, mathematical modeling, education systems and technologies. Basic scientific results: education ontologies, Multiple-optimization techniques, decision making under fatal uncertainty, computer technology of engineering creation, the optimal control theory of young people’ academic abilities development, etc.