



## Когнитивное моделирование процессов адаптивного обучения

© 2024, А.В. Соловов ✉, А.А. Меньшикова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

### Аннотация

Рассматривается подход к моделированию процессов адаптивного обучения с помощью знаковых и взвешенных ориентированных графов (орграфов). Вершины орграфов отображают характеристики учебной деятельности. Ориентация, знаки и веса дуг орграфов определяют взаимовлияние этих характеристик. Динамика адаптивного обучения моделируется в орграфах с помощью специального алгоритма импульсного процесса. В некоторую вершину орграфа вносится внешнее возмущение и рассматривается распространение этого импульса, что позволяет прогнозировать значения других вершин орграфа. Сформулирована задача оптимизации весов дуг орграфа и предложен алгоритм её решения с целью достижения устойчивости импульсного процесса. По результатам вычислительных экспериментов на орграфе установлено, что целевая функция оптимизации весов дуг взвешенного орграфа является многоэкстремальной. Попадание в локальный минимум определяется исходными значениями вектора проектных переменных и ограничениями на эти переменные. Поэтому важна квалификация разработчика модели адаптивного обучения, назначающего эти величины. Когнитивные модели адаптивного обучения могут рассматриваться как прескриптивные и дескриптивные. Прескриптивные модели описывают, каким должен быть процесс адаптивного обучения. Дескриптивные модели описывают существующие процессы адаптивного обучения и могут служить инструментом исследования их эффективности. Разработанная методика когнитивного моделирования процессов адаптивного обучения позволяет прогнозировать результаты обучения и может применяться при исследовании, проектировании и реализации механизмов адаптации и интеллектуального управления в системах электронного обучения, а также в дидактическом тренинге преподавателей в сфере электронного обучения.

**Ключевые слова:** когнитивное моделирование, знаковый орграф, взвешенный орграф, компьютерный тренинг, адаптивное обучение, электронное обучение.

**Цитирование:** Соловов А.В., Меньшикова А.А. Когнитивное моделирование процессов адаптивного обучения // Онтология проектирования. 2024. Т.14, №2(52). С.181-195. DOI: 10.18287/2223-9537-2024-14-2-181-195.

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Введение

**Когнитивное моделирование** (КМ) определяется как поиск наиболее эффективных управленческих решений и/или сценариев развития событий в слабо структурированных ситуациях на основе выделения базовых факторов, характеризующих складывающуюся ситуацию, и оценка взаимовлияния этих факторов. Методология КМ предложена в работе [1]. Основой этой методологии является понятие когнитивной карты [2].

**Когнитивная карта ситуации** представляет собой взвешенный ориентированный граф (орграф), в котором вершины взаимно однозначно соответствуют ядру базисных факторов исследуемого процесса. Ядро базисных факторов может быть верифицировано с помощью *интеллектуального анализа данных*, позволяющего отбросить избыточные факторы, слабо связанные с ядром базисных факторов [3]. Основой математического аппарата КМ является дискретная математика [4]. КМ находит применение в различных предметных областях при создании информационных систем [5-7], визуализации [8] и др., включая сферу образования.

В статье [9] приведены примеры когнитивных моделей проблем системы образования в её взаимодействии с обществом и результаты сценарного моделирования. В работе [10] рассматривается технология разработки электронного учебного курса, в которой используется проектирование структурно-логической модели содержания курса в виде когнитивной карты. В работе [11] предлагается методика когнитивного проектирования школьного урока на основе содержания предмета «Информатика». В статье [12] КМ педагогических ситуаций описывается как процесс, состоящий из шести последовательных и взаимосвязанных этапов. В работе [13] предлагается накапливать цифровые следы учащихся и визуализировать их в виде когнитивной карты диагностики знаний. В статье [14] КМ используется для прогнозирования востребованности компетенций при корректировке программ обучения. Статья [15] посвящена разработке адаптивного механизма управления качеством обучения, позволяющего априорно предсказывать результаты возможных управленческих решений и осуществлять выбор их наиболее эффективного варианта.

КМ особо актуально в связи с применением искусственного интеллекта (ИИ) в обучении.

**Обучение** определяется как управление познавательной деятельностью обучающихся с целью формирования у них определённых знаний, умений и навыков. Можно сформулировать две задачи оптимального обучения. Первая задача заключается в **максимизации уровня обученности** при ограничениях (сверху) на время обучения, вторая - в **минимизации времени обучения** при ограничениях (снизу) на уровень обученности.

Решение задач оптимального обучения базируется на адаптации, которой обычно называют интеллектуализацию систем электронного обучения (ЭО), а соответствующие обучающие системы интеллектуальными. Адаптация в таких системах реализуется посредством использования знаний о предметной области, обучаемом и стратегиях обучения для обеспечения гибкой индивидуализированной учебной деятельности [16]. Важным компонентом адаптации являются **математические модели процессов обучения**, позволяющие прогнозировать результаты и оптимизировать процедуру обучения.

Начало формальным подходам к **моделированию процессов обучения** было положено Г. Эббингаузом в исследованиях человеческой памяти в конце XIX века [17]. Им была предложена кривая забывания (или сохранения) учебной информации. Последующие исследования привели к созданию монотонных асимптотических и стохастических моделей обучаемости. Эти модели послужили фундаментом для развития работ по моделированию процессов ЭО, в том числе к выдвиганию концепции экспертных и интеллектуальных обучающих систем. Идеи интеллектуализации ЭО и соответствующие математические модели начинают применяться в системах сетевого обучения, в разработке образовательных порталов.

Для описания содержания и процессов ЭО уже используются дискретные математические модели (см., например, [18, 19]), дополнительные исследования когнитивных моделей необходимы, в частности, для адаптивного обучения (АО).

**Цель данной статьи** – исследование КМ процессов АО. В основу работы положены методы системного и онтологического анализов [20], педагогической психологии и дидактики, дискретной математики и многолетний опыт авторов в сфере образования, теории и технологий ЭО. В работе используются терминология и символика книги [4].

## 1 Орграфы как модели процессов АО

Модель процесса АО строится следующим образом: наиболее существенные факторы-переменные АО считаются вершинами орграфа; от вершины  $u_i$  (переменная  $u_i$ ) к вершине  $u_j$  (переменная  $u_j$ ) проводится дуга, если изменение переменной  $u_i$  оказывает непосредственное воздействие на переменную  $u_j$ . Этой дуге приписывается знак «плюс», если воздействие яв-

ляется «усилением» (т.е. увеличение переменной  $u_i$  приводит к увеличению переменной  $u_j$ , уменьшение  $u_i$  приводит к уменьшению  $u_j$ ), и знак «минус», если воздействие является «торможением» (т.е. увеличение переменной  $u_i$  приводит к уменьшению переменной  $u_j$ , уменьшение  $u_i$  приводит к увеличению  $u_j$ ).

В системах ЭО можно выделить три типовых сценарных схемы: просмотр теории, компьютерный тренинг, контроль. Наибольшие возможности для адаптации предоставляет сценарий компьютерного тренинга. Его цель - осмысление и закрепление учебного материала в системах декларативного типа (электронных учебниках, виртуальных учебных кабинетах), формирование профессионально-ориентированных умений, навыков, интуиции в системах процедурного типа (тренажёрах, виртуальных учебных лабораториях).

Сценарии компьютерного тренинга обычно содержат четыре основных шага:

- 1) предъявление обучающемуся упражнений по отдельному учебному элементу или совокупности учебных элементов, с которыми обучающийся познакомился в ходе предшествующего просмотра теории;
- 2) выполнение обучающимся этих упражнений;
- 3) компьютерная оценка результатов выполнения каждого упражнения;
- 4) оказание обучающемуся помощи в процессе выполнения каждого упражнения.

В качестве примера можно рассмотреть трёхзвенную модель процесса АО в виде знакового орграфа  $D_1$  и его матрицы смежности  $A(D_1)$  (рисунок 1), где в качестве вершин орграфа представлены следующие переменные:

- количество вопросов (упражнений), которые получает обучающийся для усвоения порции учебной информации (вершина В);
- уровень обученности (вершина УО);
- уровень помощи (вершина П).

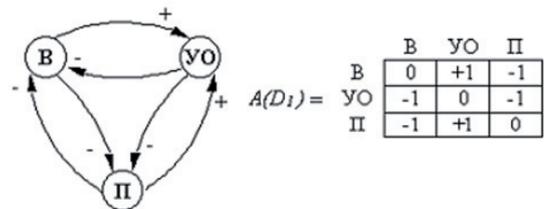


Рисунок 1 – Трёхзвенная модель процесса адаптивного обучения в виде знакового орграфа  $D_1$

Переменную УО целесообразно рассматривать в интервале  $[0,1]$ . Несмотря на многообразие способов оценки уровня обученности, их суть сводится к измерению доли от некоего идеального значения критерия, выбранного для характеристики обученности. Это может быть отношение количества правильно выполненных существенных операций упражнения к общему числу существенных операций, отношение количества набранных баллов за выбранный ответ к максимально возможному числу баллов, оценивающих упражнение с выборочными ответами в системах декларативного типа и т.п. Например, показатели эффективности проектного поиска, используемые в качестве критериев уровня обученности в тренажёрах для инженеров, учитывают кроме отклонения от оптимального решения вычислительные затраты на поиск, нормированные к интервалу  $[0,1]$ .

Уровень помощи (вершина П) может быть различным: подсказка, намёк, теоретическая информация или полный ответ на вопрос (полное описание процесса решения упражнения) в системах декларативного типа; величины отклонений от оптимального решения, результаты поверочного расчёта работоспособности проектного решения, сгенерированного обучающимся, демонстрация оптимального решения. В зависимости от степени полноты помощи величину П удобно представлять в интервале  $[0,1]$ . Здесь 0 - это отсутствие помощи; 1 - полное решение упражнения с разбором и обоснованием.

В основу модели, представленной в виде орграфа  $D_1$ , положены следующие дидактические предположения о взаимном влиянии переменных процесса АО. Увеличение числа вопросов-упражнений в ходе обучения ведёт к повышению уровня обученности (дуга (В, УО) имеет знак «+») и уменьшению помощи, оказываемой в процессе выполнения упражнений

(дуга (В, П) имеет знак «-»). Увеличение уровня обученности ведёт к уменьшению количества упражнений и уменьшению уровня помощи (дуги (УО, В) и (УО, П) имеют знак «-»). Увеличение помощи ведёт к уменьшению количества упражнений и повышению уровня обученности (соответственно дуга (П, В) имеет знак «-», а дуга (П, УО) – знак «+»).

В этой простой модели АО не все указанные предположения о взаимном влиянии различных переменных являются очевидными. Так, характер влияния помощи на уровень обученности может быть противоположным, исходя из предположения, что выполнение упражнений с помощью (не самостоятельно) не способствует росту уровня обученности, а, наоборот, уменьшает её. В этом случае использование помощи можно рассматривать как аналог функции штрафа, и её увеличение влечёт за собой снижение уровня обученности и повышение количества вопросов-упражнений. Приняв такое предположение, необходимо в орграфе  $D_1$  сменить знаки дуг (П, УО) и (П, В) на противоположные.

Знаковые орграфы позволяют наглядно визуализировать основные характеристики процесса АО (в виде вершин орграфа), указать связи между ними (в виде ориентированных дуг) и характер этих связей - усиление или ослабление (в виде знаков дуг). Модель АО в виде знакового орграфа ЭО позволяет рассматривать и анализировать связи между характеристиками проектируемого или реализованного процесса АО. В этой модели АО все воздействия переменных (вершин) друг на друга одинаковы по силе, поскольку вес каждой дуги равен единице. Знаковый орграф можно трактовать как структурную модель процесса АО. Более точную параметрическую модель можно построить, приписывая дугам орграфа различные веса, что приводит к взвешенному орграфу. Такой вес интерпретируется как относительная сила воздействия и может быть положительным (для усиливающих воздействий) или отрицательным (для ослабляющих воздействий).

В качестве примера на рисунке 2 показан взвешенный орграф  $D_2$ , построенный путём преобразования знакового орграфа  $D_1$  (см. рисунок 1). Веса орграфа  $D_2$  определены на основе эвристических предположений об общих закономерностях процесса АО.

Более сложная когнитивная модель АО показана на рисунке 3. В неё включены такие дополнительные факторы (вершины), как объём изучаемой порции учебного материала (ОМ), сложность материала (СМ), уровень способностей обучающихся (УС). Их величины, характеризующие исходные показатели моделируемого процесса, также можно нормировать к интервалу  $[0,1]$ . В данной модели они оказывают влияние лишь на вершины В, УО и П, но обратных связей от них не имеют. Влияние друг на друга вершины ОМ, СМ, УС также не оказывают.

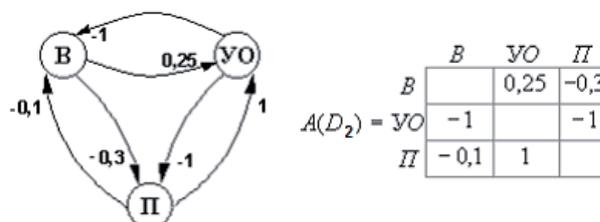


Рисунок 2 – Пример модели адаптивного обучения в виде взвешенного орграфа  $D_2$

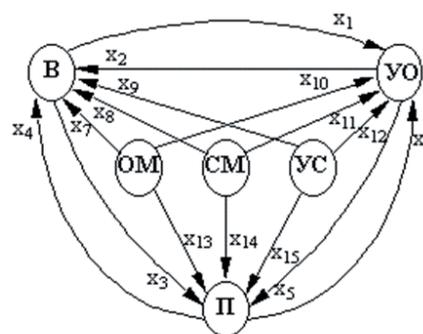


Рисунок 3 – Пример более сложной модели адаптивного обучения

## 2 Импульсные процессы во взвешенных орграфах

Рассмотренные орграфы АО являются статическими, в то время как реальные процессы АО является динамическим. Для анализа моделей АО в виде взвешенных орграфов необхо-

димо построить алгоритм учёта влияния изменений одной вершины на другие. В основу такого алгоритма может быть положена идея импульсного процесса [4]. В некоторую вершину анализируемого орграфа вносится внешнее возмущение. Например, в вершину В (см. рисунок 2) добавляется некоторое количество вопросов-упражнений. Далее рассматривается распространение начального импульса и определяются значения вершин УО и П. Для этого можно рассмотреть орграф,  $n$  вершин которого представлены совокупностью  $u_1, u_2, \dots, u_n$ . Пусть каждая вершина  $u_i$  в ходе импульсного процесса принимает значение  $v_i(t)$  по шагам импульсного процесса  $t = 0, 1, 2, \dots$  и т.д. Здесь начальный шаг выделен отдельно ( $t=0$ ) в силу его особой значимости. Значение  $v_i(t+1)$  определяется значением  $v_i(t)$  и информацией о том, увеличены или уменьшены значения других вершин  $u_j$ , смежных с  $u_i$ , на шаге  $t$ . Для определения значений вершин используется следующая формула [4]:

$$v_i(t+1) = v_i(t) + \sum_{j=1}^n x(u_j, u_i) p_j(t), \tag{1}$$

где  $x(u_j, u_i)$  - вес дуги из вершины  $u_j$  в вершину  $u_i$ , при этом  $x(u_j, u_i) = 0$ , если дуга  $(u_j, u_i)$  отсутствует;  $p_j(t)$  - изменение в вершине  $u_j$  на шаге  $t$ .

В соответствии с (1), если, например, имеется дуга из  $u_j$  в  $u_i$  с весом  $x$  и значение вершины  $u_j$  возрастает на шаге  $t$  на некое число  $z$ , то значение вершины  $u_i$  на шаге  $t+1$  возрастает на величину  $z \cdot x$ .

Следует различать понятие исходного  $v_i(исх.)$  и начального  $v_i(0)$  значений в каждой вершине  $u_i$ . При этом

$$v_i(0) = v_i(исх.) + p_i(0), \tag{2}$$

где  $p_i(0)$  - начальный импульс (изменение на шаге  $t = 0$ ) вершины  $u_i$ .

Изменение  $p_i(t)$  в вершине  $u_i$  при  $t > 0$  называется импульсом в вершине  $u_i$  на шаге  $t$  и определяется как

$$p_i(t) = v_i(t) - v_i(t-1). \tag{3}$$

Далее используются следующие обозначения:

$V(исх.) = (v_1(исх.), v_2(исх.), \dots, v_n(исх.))$  - вектор исходных значений вершин;

$P(0) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0))$  - вектор начальных импульсов ( $t = 0$ );

$P(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$  - вектор импульсов на шаге  $t > 0$ ;

$V(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t))$  - вектор значений вершин на шаге  $t > 0$ .

Дидактическую интерпретацию введённых понятий можно рассмотреть на примере орграфа  $D_2$  (см. рисунок 2). Пусть вектор исходного состояния  $V(исх.)$  этой модели характеризует внутреннее исходное состояние системы АО, причём в этом векторе может отличаться от нуля только уровень помощи, т.е. значение вершины П, и это значение характеризует максимально возможный уровень помощи, вложенный разработчиками в систему АО:  $V(исх.) = (0, 0, 1)$ , т.е. число вопросов-упражнений В = 0, исходный уровень обученности УО = 0, а максимальный уровень встроенной помощи П = 1.

Компоненты вектора начальных импульсов  $P(0)$  можно трактовать как внешние исходные факторы. Первый компонент этого вектора – значение вершины В – определяют как число вопросов-упражнений, которые получает в ходе учебной работы конкретный обучающийся с исходным уровнем обученности УО - вторым компонентом вектора  $P(0)$ . Третий компонент данного вектора – значение вершины П – интерпретируется как внешняя помощь, которая может быть оказана обучающемуся. Например,  $P(0) = (5, 0.2, 1)$  означает, что конкретному обучающемуся с начальным уровнем обученности УО = 0.2 в диалоге с компьютером будет дано 5 упражнений (В = 5) и в ходе выполнения упражнений ему будет оказываться помощь, исходный уровень которой будет максимально возможным (П = 1).

С использованием формул (1-3) можно рассмотреть последовательное изменение значений вершин орграфа в ходе развития импульсного процесса, начиная с шага  $t = 0$ :

$$V(0) = V(ucx.) + P(0);$$

$$V(1) = V(0) + A^T P(0) = V(ucx.) + P(0) + A^T P(0), P(1) = A^T P(0);$$

$$V(2) = V(1) + A^T P(1) = V(ucx.) + P(0) + A^T P(0) + (A^T)^2 P(0), P(2) = (A^T)^2 P(0);$$

.....;

$$V(t) = V(t-1) + A^T P(t-1) = V(ucx.) + P(0) + A^T P(0) + (A^T)^2 P(0) + \dots + (A^T)^t P(0), P(t) = (A^T)^t P(0).$$

Здесь  $A$  - матрица смежности орграфа размером  $n \times n$ ; индекс  $t$  означает транспонирование, а  $t$  - степень (при этом коэффициенты матрицы  $A$ , соответствующие дугам орграфа, полагаются равными величинам весов дуг).

Преобразуя заключительное выражение для  $V(t)$  в этой последовательности с целью его упрощения, алгоритм развития импульсного процесса можно представить следующей матричной формулой:

$$V(t) = V(ucx.) + (I + A + A^2 + \dots + A^t)^T P(0), \quad (4)$$

где  $I$  - единичная матрица размером  $n \times n$ .

Вычисления по формуле (4) позволяют моделировать динамику процесса АО, исследовать и прогнозировать его результаты - конечные значения вершин орграфа в импульсном процессе. Например, задавая параметры в орграфе  $D_2$  (см. рисунок 2) в векторе  $V(ucx.)$ , а внешние исходные параметры, в том числе исходный уровень обученности обучающегося, в векторе  $P(0)$ , можно дать прогноз уровня обученности обучающегося, полученного по окончании компьютерного тренинга. Если выполнение каждого упражнения ограничено по времени, то получится соответствие данной модели первой задаче оптимального обучения. Если требуемый уровень обученности задан, то, используя импульсный процесс в орграфе, можно подобрать необходимое число упражнений для достижения заданного уровня обученности, что соответствует второй задаче оптимального обучения.

Импульсный процесс, соответствующий формуле (4), может быть устойчивым или неустойчивым. В устойчивых импульсных процессах значения вершин выходят на асимптоту. В неустойчивых процессах возмущение, вносимое в одну из вершин, приводит либо к возрастающим колебаниям значений вершин орграфа, либо к неограниченному их увеличению или уменьшению. Существуют разные определения устойчивости импульсных процессов в орграфах, в частности, в работе [4] определены два понятия: простая и абсолютная импульсная устойчивость. Здесь и далее целесообразно говорить об абсолютной импульсной устойчивости, для которой в соответствии с [4] импульсный процесс характеризуется *асимптотическим приближением значений вершин к некоторым фиксированным величинам*.

В качестве примеров на рисунке 4 приведены графики развития неустойчивых импульсных процессов относительно вершины УО в орграфе  $D_2$  с разными знаками весов дуг (П, В) и (П, УО). На графиках значения соседних импульсов соединяются линиями только из соображений наглядности.

Неустойчивость импульсных процессов в орграфе означает, что выбранная модель является неработоспособной (она не позволяет прогнозировать результаты процесса АО) и необходимо изменить её структуру либо параметры - веса дуг орграфа.

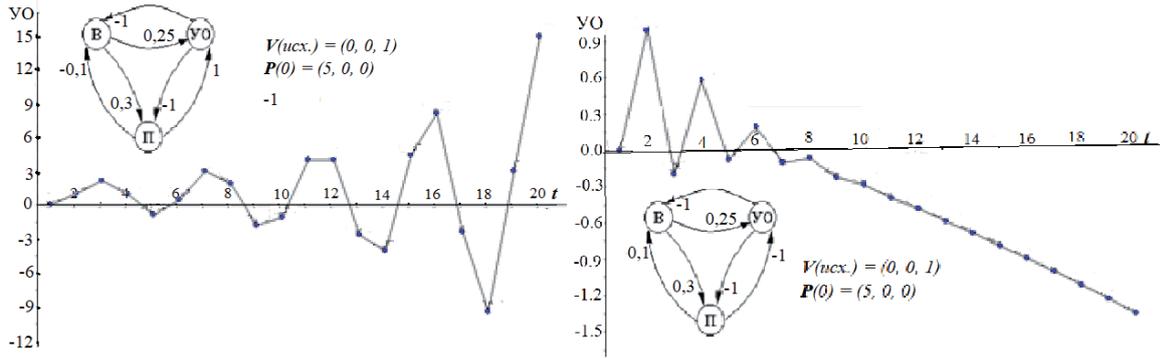


Рисунок 4 – Примеры графиков неустойчивых импульсных процессов во взвешенных орграфах

### 3 Оптимизация параметров орграфов АО

Исследования параметров (весов дуг) орграфов, представляющих модели процессов АО, показали, что подобрать эти параметры так, чтобы орграф был импульсно устойчив и имел высокую скорость сходимости затруднительно даже опытному эксперту.

В работе [4] показано, что импульсный процесс в орграфе будет абсолютно устойчивым, если каждое собственное значение матрицы смежности орграфа по абсолютной величине не превышает единицы. В этой же работе были предложены некоторые частные приёмы анализа устойчивости орграфов и изменения их структуры с целью достижения устойчивости, не прибегая к трудоёмким вычислениям собственных значений.

При исследовании моделей АО предложено использовать более универсальный подход к подбору параметров абсолютно устойчивых орграфов, опирающийся на указанные выше признаки устойчивости и основанный на оптимизации значений весов дуг орграфов [18].

Пусть оптимизируемый орграф АО задан матрицей смежности  $A$  размером  $n \times n$ . Вектор проектных переменных - это вектор варьируемых весов дуг орграфа

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_m). \tag{5}$$

Кроме варьируемых весов  $x_k$  в матрице смежности орграфа могут присутствовать и фиксированные веса, которые не входят в вектор проектных переменных.

На вес каждой варьируемой дуги накладываются ограничения

$$x_k \in [c_k, d_k], \tag{6}$$

где  $c_k$  и  $d_k$  – минимально и максимально возможные значения переменной  $x_k$  соответственно. Эти ограничения задаются разработчиком модели АО на основе эвристических соображений о взаимном влиянии различных факторов АО (вершин орграфа) друг на друга. Собственные значения матрицы  $A$  можно представить в виде вектора  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n)$ , где  $\lambda_i = a_i \pm b_i i$ , т.е.  $\lambda_i$  может быть действительным или комплексным числом.

**Функция цели**

$$f(X) = \max(|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_i|, \dots, |\lambda_n|), \tag{7}$$

где  $|\lambda_i|$  - абсолютная величина  $\lambda_i$ .

С учётом введённых обозначений и указанного выше условия абсолютной устойчивости импульсных процессов в орграфах можно сформулировать задачу оптимизации:

$$\text{минимизировать } f(X) \text{ при ограничениях } x_k \in [c_k, d_k]. \tag{8}$$

В качестве алгоритма оптимизации целесообразно использовать идеи метода Монте-Карло (ММК). Используемый алгоритм ММК состоит в последовательном анализе (пробах) случайно выбранных точек в допустимой области проектных переменных. Координаты точек на каждой пробе применительно к поставленной задаче можно вычислять по формуле

$$x_{kp} = c_k + (d_k - c_k) \xi_{kp}, \tag{9}$$

где  $p$  – порядковый номер пробы процесса статистических испытаний;

$\xi_{kp}$  – случайное число, равномерно распределённое в интервале  $[0,1]$ .

Выбор ММК обусловлен тем, что в нём не требуется задавать исходную точку. Достаточно указать лишь область поиска (см. формулу (9)).

Каждая случайная проба процесса оптимизации требует вычисления собственных значений матрицы смежности орграфа  $A$ . Известно, что число  $\lambda$  является собственным значением матрицы  $A$ , если

$$\det(A-\lambda I) = 0. \tag{10}$$

Выражение (10) называется характеристическим уравнением матрицы  $A$ . Раскрывая определитель в этом уравнении, можно получить характеристический многочлен

$$C_A(\lambda) = \det(A-\lambda I) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0.$$

Собственные значения матрицы  $A$  совпадают с корнями характеристического многочлена. Точное аналитическое решение уравнения (10) уже при  $n > 3$  трудно получить, поэтому для нахождения собственных значений матрицы  $A$  можно использовать приближённый алгоритм Якоби с понижением нормы для действительных несимметричных матриц [21]. Итогом работы алгоритма является блочно-диагональная матрица  $A'$  размерностью  $n \times n$ : блоки  $1 \times 1$  содержат действительные собственные значения, а блоки размера  $2 \times 2$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$$

соответствуют комплексным значениям  $\lambda = a \pm bi$ ; при этом собственные значения расположены в матрице  $A'$  в порядке убывания их абсолютной величины.

В качестве примера рассматривается трёхзвенный орграф (см. рисунок 2), в котором веса дуг представлены вектором  $X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$  и зафиксированы первые пять переменных вектора  $X = (0.25, 0.3, -1, -1, -0.1, x)$ . Варьируя весом дуги (II, УО)  $x$  в диапазоне  $[-1, 1]$ , можно построить графики изменения целевой функции  $f(X)$  задачи оптимизации (8) и компонентов матрицы собственных значений  $A'$ : действительного собственного значения  $\lambda_1$  и величин  $a$  и  $b$  - составляющих комплексных собственных значений  $\lambda_{2,3} = a \pm bi$ , (рисунок 5).

В данном случае вектор проектных переменных  $X$  содержит только одну переменную  $x$ . В диапазоне  $x$  от  $-1$  до  $-0,35$   $f(X)$  убывает и совпадает с действительным собственным значением  $\lambda_1$  (см. рисунок 5а). Далее с увеличением  $x$  от  $-0,35$  величина  $f(X)$  определяется комплексными собственными значениями  $\lambda_{2,3}$  и сначала немного

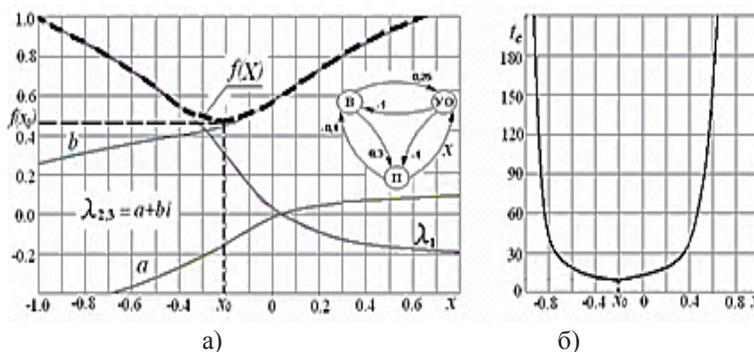


Рисунок 5 – Изменение целевой функции (а) и скорости сходимости импульсного процесса (б) в орграфе при варьировании значений дуги (II, УО)

уменьшается, а затем возрастает и при  $x \approx 0,7$  переходит через единицу. Оптимальное значение  $x_0 = -0,195$ ;  $f(x_0) = 0,473$ . При  $x = x_0$  матрица собственных значений

$$A' = \begin{bmatrix} -0,186 & -0,435 & 0 \\ 0,435 & -0,186 & 0 \\ 0 & 0 & 0,373 \end{bmatrix}$$

Таким образом, в диапазоне весов дуги (II, УО)  $x \in [-1, 0.7]$  импульсный процесс в рассматриваемом орграфе устойчив. Скорость сходимости импульсного процесса, характеризу-

емая числом шагов  $t_c$ , после которых значения вершин практически не изменяются, существенно зависит от величины  $f(X)$  (см. график изменения  $t_c$  при  $V(исх.) = (0, 0, 1)$  и  $P(0) = (5, 0, 0)$  на рисунке 5б). По мере уменьшения  $f(X)$  абсолютные величины собственных значений матрицы смежности орграфа выравниваются и в пределе приближаются к нулю. При этом на кривых развития импульсного процесса амплитудные всплески сглаживаются, и скорость сходимости возрастает (рисунок 6).

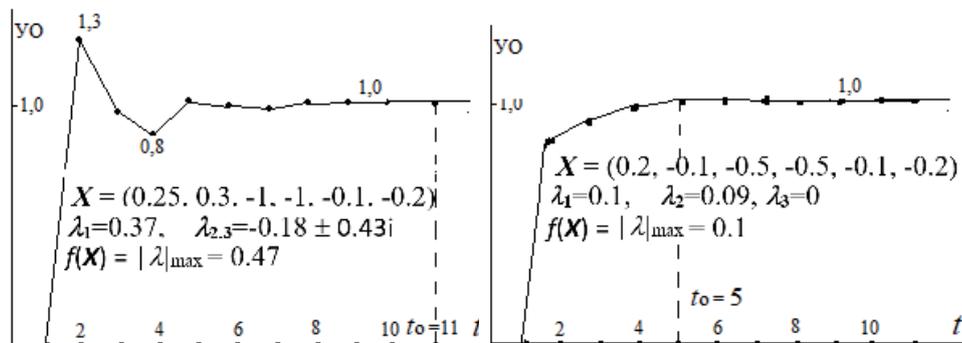


Рисунок 6 – Влияние величин собственных значений на кривые развития импульсного процесса и скорость сходимости в орграфе для  $V(исх.) = (0, 0, 1)$  и  $P(0) = (5, 0, 0)$

Результаты вычислительных экспериментов показывают также, что функция цели  $f(X)$  является многоэкстремальной, обладает большим числом локальных минимумов. Попадание в локальный минимум определяется исходными значениями параметров вектора  $X$  и ограничениями на них, т.е. роль разработчика моделей АО, назначающего эти значения, является весьма существенной.

#### 4 Методика построения моделей АО

Обобщая рассмотренный подход к моделированию процессов АО с помощью взвешенных орграфов, можно предложить следующие этапы построения моделей АО.

- 1) определение наиболее значимых факторов моделируемого процесса АО (вершин орграфа).
- 2) выявление взаимных связей между этими факторами с отображением их в виде ориентированных рёбер (дуг) орграфа и знаков.
- 3) назначение численных диапазонов весов дуг орграфа на основе эвристических соображений о степени взаимного влияния факторов АО.
- 4) оптимизация весов дуг орграфа для достижения устойчивости и сходимости импульсного процесса с помощью рассмотренного алгоритма оптимизации.
- 5) анализ модели на адекватность. В ходе анализа изменяют значения компонентов векторов  $V(исх.)$  и  $P(0)$  и рассматривают конечный уровень значений вершин орграфа с использованием (4), оценивая их с точки зрения эвристических соображений о моделируемом процессе АО.
- 6) проверка достоверности модели в ходе педагогических экспериментов на конкретной системе ЭО.
- 7) корректировка модели (пп. 1-5) по результатам педагогических экспериментов.

#### 5 Сопоставление с педагогическим экспериментом

В педагогическом эксперименте участвовали две группы обучающихся: слушатели факультета повышения квалификации преподавателей (ФПКП) Самарского университета (10

человек) и студенты третьего курса (10 человек). В эксперименте со слушателями ФПКП использовалось электронное учебное пособие по курсу «Методы и технологии электронного дистанционного обучения», один из учебных элементов темы «Психологические механизмы усвоения знаний». В эксперименте со студентами – электронное пособие по курсу «Основы САПР», один из учебных элементов темы «Математическая формулировка проектных задач».

В ходе эксперимента обучающиеся работали с электронным учебным пособием в соответствии с типовыми сценариями ЭО (см. раздел 1). Сначала знакомились с теоретической частью учебного материала, объём которой соответствовал примерно одной печатной странице. Далее работали с пособием в режиме компьютерного тренинга по теории. В конце эксперимента обучающиеся проходили контрольный тест, в ходе которого замерялся достигнутый уровень обученности.

Сравнение проводилось с двумя моделями АО: трёхзвенной моделью компьютерного тренинга  $D_3$  (рисунок 7) и более сложной моделью  $D_4$  (рисунок 8). Параметры этих моделей (веса дуг орграфов) были определены в соответствии с пп. 1-5 методики построения моделей АО (см. раздел 4).

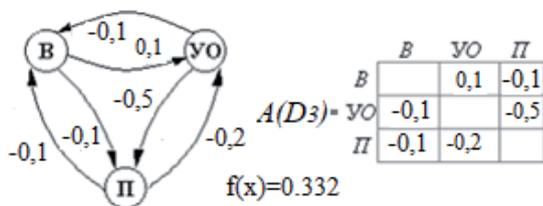


Рисунок 7 – Модель адаптивного обучения в виде орграфа  $D_3$

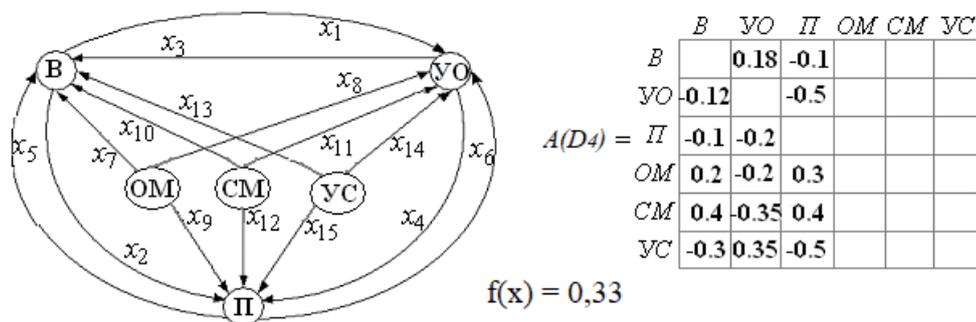


Рисунок 8 – Модель адаптивного обучения в виде орграфа  $D_4$

Результаты эксперимента, средние по каждой группе значения уровня обученности (УО-эксп.), в сравнении с теоретическими данными (УОмод.), полученными на моделях  $D_3$  (параметры модели см. на рисунке 7) и  $D_4$  (см. рисунок 8), представлены в таблицах 1 и 2 соответственно.

Таблица 1 – Сопоставление экспериментальных и модельных (для  $D_3$ ) данных

Обучающиеся	$V(исх.)$	$P(\theta)$	УОмод.	УОэксп.	$\Delta\%$
Слушатели ФПКП	(0,0,1)	(4,0,0)	0,67	0,75	+12
Студенты	(0,0,1)	(4,0,0)	0,67	0,60	-10

Таблица 2 – Сопоставление экспериментальных и модельных (для  $D_4$ ) данных

Обучающиеся	$V(исх.)$	$P(\theta)$	УОмод.	УОэксп.	$\Delta\%$
Слушатели ФПКП	(0,0,1,0,0,0)	(4,0,0,1,0,5,0,86)	0,76	0,75	-1,3
Студенты	(0,0,1,0,0,0)	(4,0,0,1,0,8,0,8)	0,61	0,60	-1,5

Исходные данные  $V(исх.)$  и  $P(0)$  для вычислений на моделях были приняты из следующих соображений. Уровень максимальной встроенной помощи в электронном пособии - третий компонент вектора  $V(исх.)$  был принят 1 (в ходе выполнения тренинговых упражнений доступен полный просмотр теории). Величина первого компонента вектора начальных импульсов  $P(0)$  соответствовала числу вопросов компьютерного тренинга (в эксперименте - четыре вопроса). Объём изучаемого материала (ОМ) - четвёртый компонент вектора  $P(0)$  в модели  $D_4$  экспертно был оценен как 1. Сложность материала (СМ) - пятый компонент вектора  $P(0)$  в модели  $D_4$  - экспертно оценена в 0,5 для материала, изучаемого слушателями ФПКП, и в 0,8 для материала, изучаемого студентами. Уровень способностей (УС) – шестой компонент вектора  $P(0)$  в модели  $D_4$  - оценен экспертно для студентов в 0,8 (это была элитная группа специализации по САПР, все экзаменационные оценки которой за предшествующий период обучения были не ниже «хорошо»), а для слушателей ФПКП (аспирантов и молодых преподавателей) - несколько выше (0,86).

Максимальные расхождения  $\Delta\%$  были получены на более грубой, трёхзвенной модели (см. таблицу 1). Экспериментальные значения слушателей ФПКП превысили модельные значения на 12%, а у студентов оказались меньше на 10%. Это объясняется тем, что сложность учебного материала, которая в данной модели не учитывается, у студентов была выше, чем у слушателей ФПКП. Учёт характеристик учебного материала в модели  $D_4$  позволил получить хорошее совпадение модельных и экспериментальных данных (см. таблицу 2).

## 6 Рекомендации по применению

Когнитивные модели АО могут рассматриваться как прескриптивные и дескриптивные. Прескриптивные модели описывают, каким должен быть процесс АО. Исследование таких моделей, экспертный анализ и оптимизация их параметров позволяют обоснованно подходить к проектированию сценариев учебной работы, планированию различных видов помощи, формулировке требований к структуре учебного материала, определению количества и типов упражнений для его усвоения. Дескриптивные модели описывают существующие процессы АО и могут использоваться, например, для анализа их эффективности.

Когнитивные модели процессов АО могут встраиваться непосредственно в системы ЭО и использоваться как средства интеллектуального управления. Так, в модели, показанной на рисунке 3, величины вершин ОМ, СМ можно задавать как характеристики конкретной порции учебного материала при его подготовке для системы ЭО, а величины УС и исходное значение УО определять в ходе предварительного (входного) тестирования каждого обучающегося. Исходная величина П – это возможный максимум помощи, предусмотренной в обучающей системе. Имея эти данные, система ЭО на основе встроенной когнитивной модели соответствующего сценария АО и разработанных алгоритмов может подобрать для каждого обучающегося минимально необходимое количество упражнений для достижения требуемого уровня обученности по каждой порции учебной информации и дать прогноз требуемого времени для освоения всего объёма учебного материала.

Процесс построения когнитивных моделей АО – определение наиболее значимых факторов, выбор исходных параметров модели и ограничений на их величины, исследование устойчивости и оптимизация параметров – требует высокой дидактической квалификации разработчиков. Предложенные алгоритмы могут использоваться не только как средства исследования, проектирования и управления процессом АО, но и как средства педагогического тренинга при подготовке и переподготовке преподавательских кадров в сфере ЭО.

## Заключение

Предлагаемый подход к моделированию процессов АО с помощью знаковых и взвешенных орграфов, в которых вершины отображают характеристики АО, а ориентация, знаки и значения весов дуг определяют взаимовлияние этих характеристик, обладает высокой степенью наглядности, удобен для обсуждения и коллективного анализа, позволяет строить модели АО разработчикам и исследователям систем ЭО.

Использование импульсного процесса для построения алгоритма учёта влияния изменений значений вершин орграфа АО на изменения других его вершин позволяет моделировать динамику процесса АО и прогнозировать его результаты.

В ходе вычислительных экспериментов на орграфе АО установлено, что импульсный процесс в орграфе может быть устойчивым или неустойчивым. Неустойчивость импульсного процесса означает, что выбранная модель является неработоспособной и необходимо изменить её структуру либо параметры – веса дуг орграфа.

Постановка задачи оптимизации весов дуг взвешенного орграфа, основанная на минимизации максимального по модулю собственного значения его матрицы смежности, и предложенный метод её решения позволяют облегчить процесс построения работоспособной модели АО.

В ходе вычислительных экспериментов на орграфе АО установлено, что целевая функция оптимизации весов дуг взвешенного орграфа является многоэкстремальной.

Разработанная методика моделирования процессов АО на основе взвешенных орграфов может применяться при исследовании, проектировании и использовании средств адаптации и управления в системах ЭО, а также для дидактического тренинга разработчиков и пользователей этих систем.

## Список источников

- [1] *Axelrod R.* The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites. Princeton. University Press, 1976.
- [2] *Tolman E.C.* Cognitive maps in rats and men // *Psychological Review*. 1948. V.55(4). P.189–208.
- [3] *Максимов В.И., Корноушенко Е.К., Качаев С.В.* Когнитивные технологии для поддержки принятия управленческих решений // *Информационное общество*. 1999. Т.2. С.50-54.
- [4] *Робертс Ф.С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986. 494 с.
- [5] *Сорокин А.Б.* Концептуальное проектирование интеллектуальных систем поддержки принятия решений // *Онтология проектирования*. 2017. Т.7, №3(25). С.247-269. DOI: 10.18287/2223-9537-2017-7-3-247-269.
- [6] *Клещёв А.С., Тимченко В.А.* Теоретические основы оболочки для интерактивных систем верификации интуитивных математических доказательств // *Онтология проектирования*. 2018. Т.8, №2(28). С.219-239. DOI:10.18287/2223-9537-2018-8-2-219-239.
- [7] *Бухановский А.В., Иванов С.В., Ковальчук С.В., Нечаев Ю.И.* Онтологическая система знаний и вычислительных ресурсов современных интеллектуальных технологий // *Онтология проектирования*. 2020. Т.10, №1(35). С.22-33. DOI: 10.18287/2223-9537-2020-10-1-22-33.
- [8] *Гаврилова Т.А., Страхович Э.В.* Визуально-аналитическое мышление и интеллект-карты в онтологическом инжиниринге // *Онтология проектирования*. 2020. Т.10, №1(35). С.87-99. DOI: 10.18287/2223-9537-2020-10-1-87-99.
- [9] *Горелова Г.В.* Исследование проблем системы образования. Когнитивное моделирование // *Образовательные технологии*. 2018; 3: 60-75.
- [10] *Сиговцев Г.С., Семенов И.О.* Разработка электронного учебного курса с использованием когнитивной карты как модели содержания // *Дистанционное и виртуальное обучение*. 2012; 3: 97-106.
- [11] *Макарова Н.В., Шапиро К.В.* Методика проектирования когнитивных карт уроков // *Известия Российской государственной педагогической академии им. А.И. Герцена*. 2020; 198: 66-74. DOI: 10.33910/1992-6464-2020-198-66-74.
- [12] *Камалеева А.Р., Грузкова С.Ю.* Теоретическое обоснование процесса когнитивного моделирования педагогических ситуаций // *Самарский научный вестник*. 2018; 7(2): 245-247.

- [13] *Ughev V.A., Zakharin K.M., Baryshev R.A.* Cognitive Maps of Knowledge Diagnosis as an Element of a Digital Educational Footprint and a Copyright Object // *Software Engineering Perspectives in Intelligent Systems : Proceedings of 4th Computational Methods in Systems and Software (CoMeSySo) 2020*, Vsetin, 14–16 октября 2020 года. Springer Nature Switzerland; 2020: 349-357. DOI:10.1007/978-3-030-63319-6\_31.
- [14] *Асанов А.З., Мышкина И.Ю., Грудцына Л.Ю.* Прогнозирование востребованности компетенций при корректировке программ обучения с помощью когнитивных моделей // *Онтология проектирования*. 2019. Т.9, №2(32). С.203-213. DOI: 10.18287/2223-9537-2019-9-2-203-213.
- [15] *Гречко М.В.* Когнитивное моделирование как инструмент адаптивного управления качеством образования // *Национальные интересы: приоритеты и безопасность*. 2017. Т.13. №4(349). С.725-735. DOI: 10.24891/ni.13.4.725.
- [16] *Брусиловский П.Л.* Интеллектуальные обучающие системы // *Информатика. Научно-технический сборник. Серия Информационные технологии. Средства и системы*. 1990. Т.2. С.3-22.
- [17] *Ebbinghaus H.* Über das Gedächtnis; Untersuchungen zur experimentellen Psychologie. Leipzig: Duncker u. Humblot. 1885. 169 s.
- [18] *Соловов А.В., Меньшикова А.А.* Дискретные математические модели в исследовании процессов автоматизированного обучения // *Информационные технологии*. 2001. Т.12. С.43–48.
- [19] *Соловов А.В., Меньшикова А.А.* Моделирование процессов автоматизированного обучения на основе взвешенных ориентированных графов // *Дистанционное и виртуальное обучение*. 2011. Т.11. С.47-62.
- [20] *Боргест Н.М.* Системный и онтологический анализы: схожесть и различие понятий // *Онтология проектирования*. 2024. Т.14. №1(51). С.9-28. DOI:10.18287/2223-9537-2024-14-1-9-28.
- [21] *Уилкинсон, Райни.* Справочник алгоритмов и программ на языке Алгол. Линейная алгебра: Пер. с англ. - М.: Машиностроение. 1976. 590 с.

## Сведения об авторах



**Соловов Александр Васильевич**, 1948 г. рождения. Окончил Куйбышевский авиационный институт имени С.П. Королёва в 1972 г., к.т.н. (1977). Профессор по кафедре технической кибернетики (2006). Действительный член Российской академии информатизации образования (1996). В списке научных трудов более 300 работ в области САПР, теории и технологий электронного обучения. ORSID: 0000-0001-6288-820X; Author ID (РИНЦ): 560817; Author ID Scopus): 57222040521. [a\\_solovov@mail.ru](mailto:a_solovov@mail.ru). ✉



**Меньшикова Анастасия Александровна**, 1972 г. рождения. Окончила Самарский государственный аэрокосмический университет имени С.П. Королева в 1996 г., к.т.н. (2004). Доцент кафедры суперкомпьютеров и общей информатики Самарского университета. В списке научных трудов более 40 работ. ORSID: 0000-0001-8201-7065; Author ID (РИНЦ): 382400; Author ID (Scopus): 57222036809; Researcher ID (WoS): H-6847-2017. [nastyamenshikova@gmail.com](mailto:nastyamenshikova@gmail.com).

Поступила в редакцию 19.02.2024, после рецензирования 30.03.2024. Принята к публикации 10.04.2024.



Scientific article

DOI: 10.18287/2223-9537-2024-14-2-181-195

## Cognitive modeling of adaptive learning processes

© 2024, A.V. Solovov ✉, A.A. Menshikova

Samara University (Samara National Research University named after academician S.P. Korolev), Samara, Russia

### Abstract

An approach to modeling adaptive learning processes using signed and weighted directed graphs (digraphs) is examined. The vertices of the digraphs represent the characteristics of educational activities. The orientation, signs, and weights of the digraph arcs define the mutual influence of these characteristics. The dynamics of adaptive learning are

modeled within digraphs using a specific impulse process algorithm. An external disturbance is introduced into a particular vertex of the digraph, and the propagation of this impulse is analyzed, enabling the prediction of values at other vertices of the digraph. The problem of optimizing the weights of digraph arcs is formulated, and an algorithm for solving it is proposed to achieve stability in the impulse process. Computational experiments on a digraph revealed that the objective function for optimizing the arcs of a weighted digraph is multiextremal. The occurrence of a local minimum is determined by the initial values of the vector of design variables (weights of digraph arcs) and constraints on these variables. Consequently, the qualifications of the developer of the adaptive learning model who assigns these values are crucial. Cognitive models of adaptive learning can be classified as prescriptive and descriptive. Prescriptive models outline what the adaptive learning process should be, while descriptive models depict existing adaptive learning processes and can be utilized to study their effectiveness. The developed methodology for cognitive modeling of adaptive learning processes allows for the prediction of learning outcomes and can be employed in the research, design, and implementation of adaptation mechanisms and intelligent control in e-learning systems, as well as in the didactic training of teachers in the field of e-learning.

**Keywords:** cognitive modeling, signed digraphs, weighted digraphs, computer training, adaptive learning, e-learning.

**For citation:** Solovov AV, Menshikova AA. Cognitive modeling of adaptive learning processes [In Russian]. *Ontology of designing*. 2024; 14(2): 181-195. DOI:10.18287/2223-9537-2024-14-2-181-195.

**Conflict of interest:** The authors declare no conflict of interest.

## List of figures and tables

Figure 1 – Three-tier model of the adaptive learning process in the form of a signed digraph  $D_1$

Figure 2 – Example of an adaptive learning model in the form of a weighted digraph  $D_2$

Figure 3 – Example of a more complex adaptive learning model

Figure 4 – Examples of graphs of unstable impulse processes in weighted digraphs

Figure 5 – Change in the objective function (a) and the rate of convergence of the impulse process (b) in the digraphs when varying the arc values ( $\Pi$ ,  $VO$ )

Figure 6 – The influence of eigenvalue values on impulse process development curves and convergence rate in the digraphs for  $V(\text{out}) = (0, 0, 1)$  and  $P(0) = (5, 0, 0)$

Figure 7 – Adaptive learning model in the form of digraph  $D_3$

Figure 8 – Adaptive learning model in the form of digraph  $D_4$

Table 1 – Comparison of experimental and model data (for  $D_3$ )

Table 2 – Comparison of experimental and model data (for  $D_4$ )

## References

- [1] **Axelrod R.** The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites. Princeton. University Press, 1976.
- [2] **Tolman EC.** Cognitive maps in rats and men // *Psychological Review*. 1948; 55(4): 189–208.
- [3] **Maksimov VI, Kornoushenko EK, Kachaev SV.** Cognitive Technologies for Support of Managerial Decision Making [In Russian]. 1999; 2: 50-54.
- [4] **Roberts FS.** Discrete mathematical models with applications to social, biological and environmental problems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc.; 1976. 560 p.
- [5] **Sorokin AB.** Conceptual design of intelligent decision support systems [In Russian]. *Ontology of designing*. 2017; 7(3): 247-269. DOI: 10.18287/2223-9537-2017-7-3-247-269.
- [6] **Kleshev AS, Timchenko VA.** Theoretical foundations for creation of a shell for interactive systems of intuitive mathematical proofs verification [In Russian]. *Ontology of designing*. 2018; 8(2): 219-239. DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-2-219-239.
- [7] **Bukhanovsky AV, Ivanov SV, Kovalchuk SV, Nechaev YuI.** Ontological system of knowledge and computing resources of modern intellectual technologies [In Russian]. *Ontology of designing*. 2020; 10(1): 22-33. DOI: 10.18287/2223-9537-2020-10-1-22-33.
- [8] **Gavrilova TA, Strakhovich EV.** Visual analytical thinking and mind maps for ontology engineering [In Russian]. *Ontology of designing*. 2020; 10(1): 87-99. DOI: 10.18287/2223-9537-2020-10-1-87-99.
- [9] **Gorelova GV.** Study of the problems of the education system. Cognitive Modeling [In Russian]. *Educational Technology*. 2018; 3: 60-75.
- [10] **Sigovtsev GS, Semenov IO.** Development of an e-learning course using a cognitive map as a content model [In Russian]. *Distance & Virtual Learning*. 2012; 3: 97-106.

- [11] **Makarova NV, Shapiro KV.** Methodology for Designing Cognitive Maps of Lessons [In Russian]. *Proceedings of the Russian State Pedagogical University named after A.I. Herzen.* 2020; 198: 66-74. DOI:10.33910/1992-6464-2020-198-66-74.
- [12] **Kamaleeva AR, Gruzikova SU.** Theoretical Substantiation of the Process of Cognitive Modeling of Pedagogical Situations [In Russian]. *Samara Scientific Bulletin.* 2018; 7(2): 245-247.
- [13] **Uglev VA, Zakharin KM, Baryshev RA.** Cognitive Maps of Knowledge Diagnosis as an Element of a Digital Educational Footprint and a Copyright Object // Software Engineering Perspectives in Intelligent Systems : Proceedings of 4th Computational Methods in Systems and Software (CoMeSySo) 2020, Vsetin, 14–16 октября 2020 года. Springer Nature Switzerland. 2020. P.349-357. DOI:10.1007/978-3-030-63319-6\_31.
- [14] **Asanov AZ, Myshkina IY, Grudtsyna LY.** Forecasting competence requirements for training programs adjustment with the help of cognitive models [In Russian]. *Ontology of designing.* 2019; 9(2): 203-213. DOI: 10.18287/2223-9537-2019-9-2-203-213.
- [15] **Grechko MB.** Cognitive Modeling as a Tool for Adaptive Education Quality Management [In Russian]. *National Interests: Priorities and Security.* 2017; 13, 4(349): 725-735. DOI:10.24891/ni.13.4.725.
- [16] **Brusilovsky PI.** Intelligent learning systems [In Russian]. *Informatics. Scientific and technical collection. Series Information technologies. Tools and systems.* 1990; 2: 3-22.
- [17] **Ebbinghaus H.** Über das Gedächtnis; Untersuchungen zur experimentellen. Psychologie. Leipzig: Duncker u. Humblot. 1885. 169 s.
- [18] **Solovov AV, Menshikova AA.** Discrete mathematical models in the study of automated learning processes [In Russian]. *Information technologies.* 2001; 12: 43-48.
- [19] **Solovov AV, Menshikova AA.** Modeling Automated Learning Processes Based on Weighted Directed Graphs [In Russian]. *Distance & Virtual Learning.* 2011; 11: 47-62.
- [20] **Borgest NM.** System and ontological analyses: similarities and differences between the concepts [In Russian]. *Ontology of designing.* 2024; 14, 1(51): 9-28. DOI:10.18287/2223-9537-2024-14-1- 9-28.
- [21] **Wilkinson, Reinsch.** Handbook of algorithms and programs in Algol. Linear algebra [In Russian]. Translated from English. Moscow: Mashinostroenie, 1976. 590 p.

## About the authors

**Alexander Vasilevich Solovov** (b. 1948) graduated from the Korolyov Aviation Institute (Kuibyshev, USSR) in 1972, PhD (1977). Professor at the Department of Technical Cybernetics (2006). Full member of the Russian Academy of Informatization of Education (1996). The list of scientific works includes more than 300 works in the field of CAD, theory and technologies of e-learning. ORSID: 0000-0001-6288-820X; Author ID (RSCI) : 560817; Author ID (Scopus): 57222040521. [a\\_solovov@mail.ru](mailto:a_solovov@mail.ru). ✉.

**Anastasia Alexandrovna Menshikova** (b. 1972) graduated from the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolev in 1996, Ph.D. (2004). Associate Professor of the Department of Supercomputers and General Informatics of Samara University. The list of scientific works includes more than 40 works. ORSID: 0000-0001-8201-7065; Author ID (RSCI): 382400; Author ID (Scopus): 57222036809; Researcher ID (WoS): H-6847-2017. [nas-tya.menshikova@gmail.com](mailto:nas-tya.menshikova@gmail.com).

Received February 19, 2024. Revised March 30, 2024. Accepted April 10, 2024.