



Математическое моделирование нестационарного теплопереноса в селективном лазерном плавлении на основе машинного обучения

© 2025, Е.А. Кишов

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

Аннотация

Рассматривается численное моделирование тепловых процессов при 3D-печати с использованием технологии селективного лазерного плавления на основе машинного обучения. Построена математическая модель нестационарного теплопереноса в стержне переменного сечения в виде дифференциального уравнения в частных производных относительно температуры стержня. Предложен алгоритм численного решения уравнения с использованием системы *Matlab*. Показано, что при определённых исходных данных распределение температуры носит квазистационарный характер. Для данного случая получено простое аналитическое выражение для температурного поля. С использованием библиотеки *TensorFlow* построена и обучена нейросеть. Данные для обучения нейросети получены при помощи аналитического решения тепловой задачи. Результаты расчётов с использованием нейросети соответствуют результатам решения исходной математической модели. Отмечается, что трёхмерное моделирование процесса печати для реальных изделий требует значительных компьютерных ресурсов. Показано, что модели на основе машинного обучения могут быть использованы для аппроксимации температурного поля при 3D-печати по технологии селективного лазерного плавления подобных по форме деталей.

Ключевые слова: 3D-печать, нестационарный теплоперенос, распределение температуры, математическое моделирование, машинное обучение, нейросеть.

Цитирование: Кишов Е.А. Математическое моделирование нестационарного теплопереноса в селективном лазерном плавлении на основе машинного обучения. *Онтология проектирования*. 2025. Т.15, №1(55). С.142-151. DOI: 10.18287/2223-9537-2025-15-1-142-151.

Финансирование: работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ), номер проекта 23-79-01213.

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Введение

3D-печать по технологии селективного лазерного плавления (СЛП) активно используется для производства сложных деталей в аэрокосмической промышленности [1]. Эта технология основана на послойном синтезе детали на основе её компьютерной модели путём сплавления лазером металлического порошка [2]. Физические процессы в СЛП включают комплекс термомеханических явлений, происходящих в различных пространственно-временных границах. Например, на уровне ванны расплава происходят процессы нагрева, плавления и испарения металла, а также теплопередачи путём теплопроводности, конвекции и излучения. В детали за счёт тепловых деформаций происходит накопление остаточных напряжений, что сказывается на итоговой форме напечатанного изделия. В данной работе рассматриваются вопросы математического моделирования процессов теплопередачи, происходящих в СЛП на макроуровне (на уровне детали) [3].

Тепловой расчёт процесса печати в трёхмерной постановке ввиду нестационарного характера и нелинейных эффектов в материале сопровождается значительными вычислитель-

ными затратами. В частности, опыт использования программного комплекса *Ansys Additive*¹ показывает, что время расчёта реальных изделий может измеряться сутками. Поэтому актуальной является проблема ускорения численного моделирования процесса 3D-печати.

Задача упрощается для расчётов однотипных изделий. В этом случае целесообразно обучить нейронную сеть (НС) и в последующем использовать её для быстрого определения температурного поля при различных комбинациях исходных параметров. НС в настоящее время используются в различных предметных областях: от генерации текста и мультимедиа контента [4, 5] до аппроксимации сложных математических моделей (ММ) физических систем [6].

НС и машинное обучение в области аддитивных технологий применяются следующим образом [7]: при проектировании изделий для 3D-печати – это синтез материалов с заданными свойствами и проведение топологической оптимизации; при выборе параметров технологического процесса – оптимизация и мониторинг дефектов печати в реальном времени; при планировании аддитивного производства – для контроля качества готовых изделий.

Для оценки принципиальной возможности использования НС для приближённого описания процессов теплопередачи при 3D-печати в данной работе рассматривается одномерная идеализация теплового процесса, когда учитывается только распространение тепла вдоль оси печати (оси Z). Использование такой модели представляется вполне оправданным в случаях, когда высота изделия значительно превышает два других габаритных размера. Одномерная идеализация при моделировании теплопереноса в аддитивном процессе использована в работе [8]. Решение нестационарной тепловой задачи оптимального управления технологическим процессом индукционного нагрева заготовки рассмотрено в работах [9, 10].

1 Математическая модель теплопередачи в процессе 3D-печати

В данной работе рассматривается ММ теплопередачи в процессе послойного синтеза в одномерной постановке, когда изменение температуры учитывается только в направлении оси печати Z . При этом геометрическая модель изготавливаемой конструкции может быть описана в виде стержня с изменяющимся вдоль оси Z поперечным сечением $A = A(z)$.

Количество теплоты Q , необходимое для нагрева массы m с некоторой температуры T_* до температуры T , вычисляется по известной формуле: $Q = cm(T - T_*)$, где c – удельная теплоёмкость материала. Для вычисления количества теплоты в единице объёма стержня необходимо продифференцировать обе части этого уравнения по объёму V :

$$\frac{dQ}{dV} = c\rho(T - T_*),$$

где $\rho = dm/dV$ – плотность материала. Тепловая мощность в единице объёма находится путём дифференцирования полученного соотношения по времени t , что с учётом независимости T_* от t приводит к формуле:

$$\frac{d\dot{Q}}{dV} = c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$$

где точкой над Q обозначена производная по времени. Тепловой поток q в стержне, по определению, представляет собой тепловую мощность, приходящуюся на единицу поперечного сечения: $q = \dot{Q}/A$, откуда $\dot{Q} = q \cdot A$. Учёт того факта, что элемент объёма dV выражается через площадь сечения как $dV = A \cdot dz$ даёт

¹ Модуль для моделирования процессов 3D-печати *Ansys Additive*. <https://www.ansys.com/products/additive>.

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (q \cdot A) = c \rho \frac{\partial T}{\partial t}.$$

Связь градиента температуры и теплового потока определяется законом Фурье:

$$q = k \frac{\partial T}{\partial z},$$

где k – коэффициент теплопроводности. Подстановка этого выражения в предыдущую формулу в предположении постоянства k по координате z приводит к дифференциальному уравнению теплопроводности для стержня переменного сечения следующего вида:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\rho c A}{k} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (1)$$

Следует заметить, что при постоянной площади сечения величина A выносится из-под оператора дифференцирования по z и, после очевидного сокращения, формула (1) трансформируется в классическое одномерное уравнение нестационарной теплопроводности. Граничное условие (ГУ) на «подвижном» (наплавляемом) конце стержня соответствует поддержанию заданной максимальной температуры:

$$T(z, t) \Big|_{z=L(t_i)} = T_{\max}. \quad (2)$$

ГУ на «неподвижном» конце стержня задаётся в виде уравнения конвекции:

$$h \left(T(z, t) \Big|_{z=0} - T_{\min} \right) = k \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (3)$$

Здесь T_{\min} – температура окружающей среды, h – коэффициент конвективной теплоотдачи. При $h \rightarrow \infty$ данное ГУ трансформируется в условие поддержания постоянной T_{\min} на неподвижном конце стержня. Принимая для h конечные значения, можно обеспечить физически адекватное значение температуры на неподвижном конце стержня.

Уравнение теплопроводности (1) решается итерационно в цикле по временным шагам. На каждом шаге Δt происходит увеличение длины стержня на величину ΔL . Длина стержня L увеличивается с течением времени, что соответствует пошаговому добавлению материала при 3D-печати. Начальное распределение температур задаётся на основе поля температур на предыдущей итерации:

$$T(z, t) \Big|_{t=t_i} = T(z, t) \Big|_{t=t_{i-1}}.$$

Для решения уравнений в частных производных в *Matlab* используется функция «*pdepe*». Правила использования данной функции предполагают, что уравнение должно быть представлено в виде [11]:

$$c \left(z, t, T, \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = z^{-n} \frac{\partial}{\partial z} \left(z^n f \left(z, t, T, \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) + s \left(z, t, T, \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (4)$$

где функции c , f и s , а также коэффициент n задаются таким образом, чтобы уравнение (4) в точности соответствовало решаемой задаче. В данном случае для величин c , m , f , s получаются следующие значения:

$$c \left(z, t, u, \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\rho c_p A}{k}, \quad f \left(z, t, T, \frac{\partial T}{\partial z} \right) = A \frac{\partial T}{\partial z}, \quad s = 0, \quad n = 0. \quad (5)$$

Подстановка этих значений в уравнение (4) приводит к исходному уравнению (1). Общий вид выражения для ГУ в *Matlab* следующий:

$$p_i(z, t, T) + q_i(z, t) \cdot f \left(z, t, T, \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0, \quad i = l, r. \quad (6)$$

Здесь функции p_i и q_i должны быть заданы для обоих концов стержня: условно левого (индекс l) и условно правого (индекс r) – неподвижного и подвижного концов стержня соответственно. Для реализации ГУ по обеспечению заданной температуры необходимо на подвижном конце стержня задать

$$\begin{aligned} p_r(z, t, T) &= T - T_{\max}, \\ q_r(z, t) &= 0. \end{aligned}$$

где T – текущая температура стержня, T_{\max} – температура на подвижном конце стержня.

ГУ конвекции на неподвижном конце стержня задаётся как

$$\begin{aligned} p_l(z, t, T) &= A_{\text{plate}} h (T_{\min} - T_0), \\ q_l(z, t) &= -k_{\text{plate}}. \end{aligned}$$

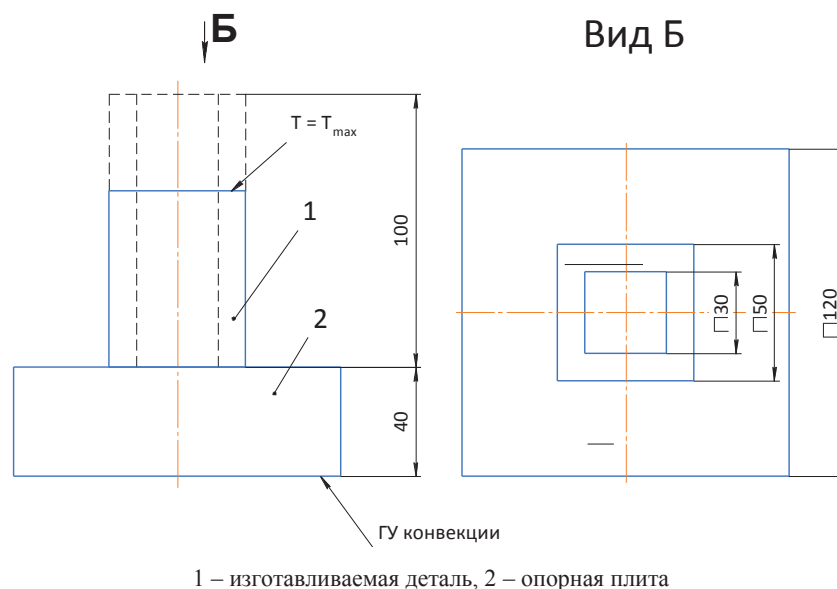
Здесь A_{plate} – площадь поперечного сечения плиты, k_{plate} – коэффициент её теплопроводности, T_0 – температура окружающего плиту пространства. Подстановка этих значений в (6), с учётом выражения для функции f в формуле (5), приводит к условиям (2) и (3) соответственно.

Зависимость площади сечения от координаты z задаётся функцией

$$A(z) = \begin{cases} A_{\text{plate}}, & z \leq L_{\text{plate}}, \\ A_{\text{part}}, & z > L_{\text{plate}}. \end{cases}$$

Здесь A_{part} – площадь поперечного сечения детали, L_{plate} – толщина опорной плиты.

В качестве тестовой задачи использован образец, представленный на рисунке 1, на котором показан процесс печати в текущей стадии, где итоговые очертания детали показаны пунктиром. Размеры на рисунке указаны в миллиметрах. Свойства материала соответствуют алюминиевому сплаву: $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$, $c_p = 900 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $k = 122 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$. Коэффициент теплоотдачи h принят равным 500 Вт/м^2 .



1 – изготавливаемая деталь, 2 – опорная плита
Рисунок 1 – Геометрия образца для тестовой задачи

Максимальная температура, поддерживаемая на верхнем конце детали, соответствует температуре плавления типового алюминиевого сплава и составляет 660 °С.

Распределение температуры в конечный момент времени, полученное в результате численного решения уравнения (1), приведено на рисунке 2. Из рисунка видно, что распределение температуры имеет кусочно-линейный характер. Это означает установившийся характер теплопередачи и позволяет построить квазистационарную аналитическую модель процесса. В последующем обучении НС, связанном с многократным расчётом температурного поля, это обстоятельство позволит значительно сократить время обучения. Распределение температур можно с достаточной точностью описать функцией:

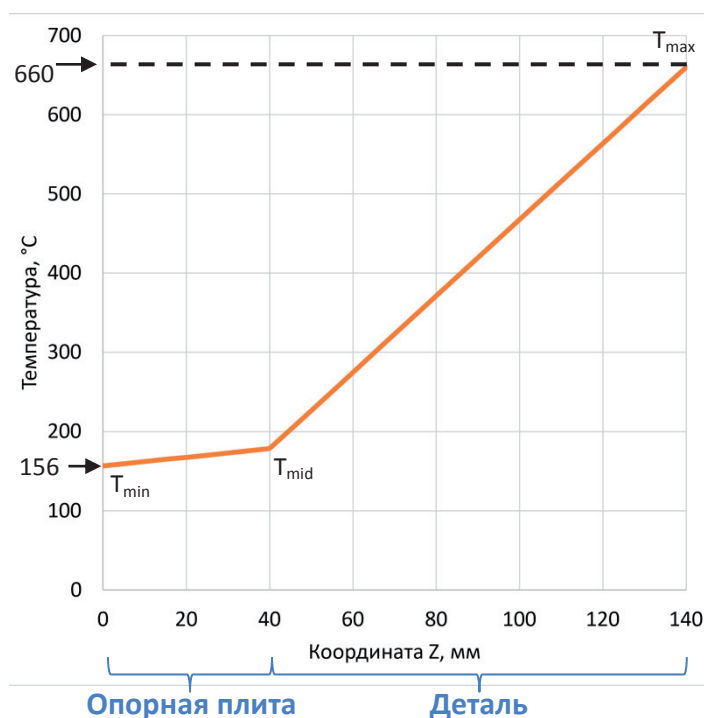


Рисунок 2 – Распределение температуры в конечный момент времени

$$T(z) = \begin{cases} T_{\min} + \frac{T_{\text{mid}} - T_{\min}}{z_{\text{plate}}} \cdot z, & 0 \leq z \leq z_{\text{plate}} \\ T_{\text{mid}} + \frac{T_{\max} - T_{\text{mid}}}{z_{\text{part}} - z_{\text{plate}}} \cdot (z - z_{\text{plate}}), & z_{\text{plate}} \leq z \leq z_{\text{part}} \end{cases} \quad (7)$$

где $z_{\text{plate}} = L_{\text{plate}}$ – толщина опорной плиты, L_{part} – высота детали, $z_{\text{part}} = L_{\text{plate}} + L_{\text{part}}$.

Для вычисления температуры на границе раздела «плита-деталь» T_{mid} и температуры в основании опорной плиты T_{\min} можно воспользоваться законом сохранения энергии:

$$\begin{cases} q_{\text{plate}} A_{\text{plate}} = q_{\text{part}} A_{\text{part}}, \\ q_{\text{conv}} A_{\text{plate}} = q_{\text{plate}} A_{\text{plate}}. \end{cases}$$

Первое уравнение отражает равенство количества тепловой энергии, уходящее в единицу времени с детали, количеству энергии в единицу времени, поглощаемую опорной плитой. Второе уравнение отражает аналогичное равенство в отношении конвективного теплового потока и теплового потока с опорной плиты. Воспользовавшись далее законом Фурье, связывающим градиент температуры и тепловой поток [12], можно получить:

$$\begin{cases} -\frac{A_{\text{plate}}}{L_{\text{plate}}} T_{\min} + \left(\frac{A_{\text{plate}}}{L_{\text{plate}}} + \frac{A_{\text{part}}}{L_{\text{part}}} \right) T_{\text{mid}} = \frac{A_{\text{part}}}{L_{\text{part}}} T_{\max}, \\ \left(h + \frac{k_{\text{plate}}}{L_{\text{plate}}} \right) T_{\min} - \frac{k_{\text{plate}}}{L_{\text{plate}}} T_{\text{mid}} = hT_0. \end{cases} \quad (8)$$

В результате получается система двух линейных уравнений относительно T_{mid} и T_{min} . Ввиду громоздкости общего решения системы (8), в программном коде она решается численно методом Гаусса.

Таким образом, системы уравнений (7) и (8) определяют ММ теплового процесса, которая используется для обучения НС.

2 Модель теплопереноса в 3D-печати при помощи НС

Рассмотрена задача построения приближённого представления ММ, описанной в разделе 1, при помощи искусственной НС. В качестве параметров для обучения НС и получения распределения температуры $T(z)$ исследованы четыре геометрических размера: площадь сечения плиты S_{plate} и образца S_{part} , их длины L_{plate} и L_{part} . Свойства материала и ГУ остаются неизменными. Таким образом, температура является функцией пяти аргументов: $T = T(z, S_{\text{plate}}, L_{\text{plate}}, S_{\text{part}}, L_{\text{part}})$. Заданы следующие диапазоны изменения этих параметров: $p_{i\text{min}} = 0.5p_{i0}$, $p_{i\text{max}} = 1.5p_{i0}$, где для краткости обозначено $p_i = S_{\text{plate}}, S_{\text{part}}, L_{\text{plate}}, L_{\text{part}}$, а p_{i0} – некоторое начальное значение параметра. Диапазон изменения координаты определяется максимальными значениями длин плиты и детали: $z_{\text{min}} = 0$, $z_{\text{max}} = L_{\text{plate max}} + L_{\text{part max}}$.

Для обучения НС необходимо в диапазоне изменения параметров сгенерировать обучающую выборку. Это набор комбинаций параметров и соответствующей им температуры, вычисленной при помощи ММ. Здесь можно воспользоваться планом эксперимента, например, таким как центральный композиционный план или план Бокса-Бенкена [13]. В данной работе использован подход, в котором количество точек в пространстве параметров ограничено заданным числом $n_{\text{train}} = 1000$. Обучающая выборка строится следующим образом:

$$\{p_i\} = \text{rand}(p_{i\text{min}}, p_{i\text{max}}, n_{\text{train}}), \{z\} = \text{rand}(0, z_{\text{max}}, n_{\text{train}}),$$

где «rand» – функция, формирующая массив случайных чисел размерности n_{train} в заданном диапазоне. Построение обучающей выборки завершается вычислением температуры по формулам (7) и (8) для каждой комбинации параметров p_i и координаты z .

Важным фактором, влияющим на качество аппроксимации НС, являются абсолютные значения диапазонов изменения входных и выходных параметров. В качестве функции активации в НС часто используется гиперболический тангенс $\tanh(x)$, который принимает значения от -1 до 1 и является гладкой (дифференцируемой) аппроксимацией ступенчатой функции. Поэтому, если отобразить (отмасштабировать) все параметры на данный отрезок, то качество процесса обучения улучшится. В этом случае большинство значений внутри НС будут находиться на квазилинейном участке с $\tanh(x)$ и алгоритму обучения (часто используется градиентный спуск [14]) проще найти минимум функции потерь. Масштабирование уместно, когда параметры имеют различные физические размерности. В работе использовалось масштабирование всех параметров на отрезок [-1, 1] при помощи функции линейной интерполяции из библиотеки *NumPy*².

Архитектура НС показана на рисунке 3.

Программная реализация НС осуществлена на языке *Python* с использованием библиотеки *TensorFlow*³. Архитектура НС определена на основе примеров из документации к данной библиотеке. В качестве функции активации для всех слоёв использован $\tanh(x)$. Для обучения НС использован алгоритм оптимизации *Adam* [15]. Максимальное количество «эпох» –

² Библиотека численных методов *NumPy* для языка *Python*. <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.interp.html>.

³ Библиотека *Tensor-Flow* (<https://www.tensorflow.org/>) для языка *Python*.

просмотров обучающей выборки – равно 100. Тестовые расчёты показывают, что данный параметр в совокупности с типом функции активации и методом оптимизации оказывают наиболее существенное влияние на точность нейросетевой аппроксимации. В качестве функции потерь принято среднеквадратичное отклонение. Для ускорения обращения к обученной НС реализовано сохранение архитектуры сети и её весов в иерархическом формате данных (HDF5) с последующим импортом перед использованием.

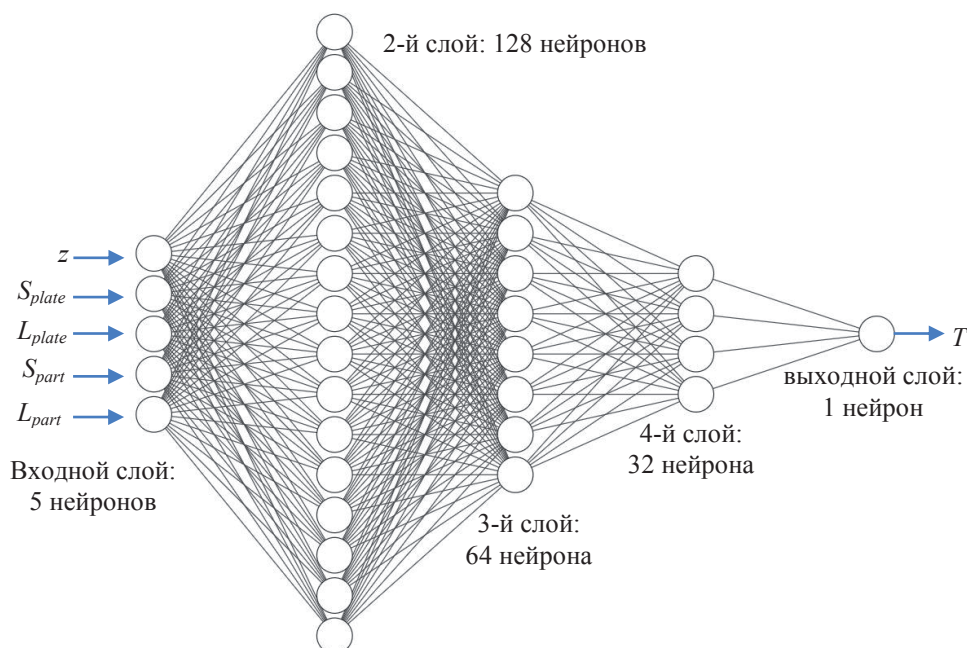


Рисунок 3 – Архитектура используемой нейронной сети

3 Использование НС для определения температур в образце

С использованием обученной НС построено распределение температур в конечный момент времени в изготовленном образце. Набор входных параметров определён следующим образом. Задано количество тестовых точек (комбинаций значений параметров) $n_{test} = 50$. Определены векторы входных параметров $\{p_i\}$ размерности n_{test} и постоянные значения p_{i0} , например, $L_{plate0} = 0,04$ м, $L_{part0} = 0,1$ м, $S_{plate0} = 0,0144$ м², $S_{part0} = 0,0016$ м². Вектор координат $\{z\}$ заполняется арифметической прогрессией от 0 до $L_{plate0} + L_{part0}$. Полученный набор значений формирует тестовую выборку, которая нормируется на отрезке $[-1,1]$ и подаётся на вход НС. Вычисляются температуры по заданным входным параметрам. Полученный на выходе вектор температур приводится к исходному масштабу, поскольку на этапе обучения он подвергался нормированию.

Результаты расчёта температур в образце с использованием НС приведены на рисунке 4.

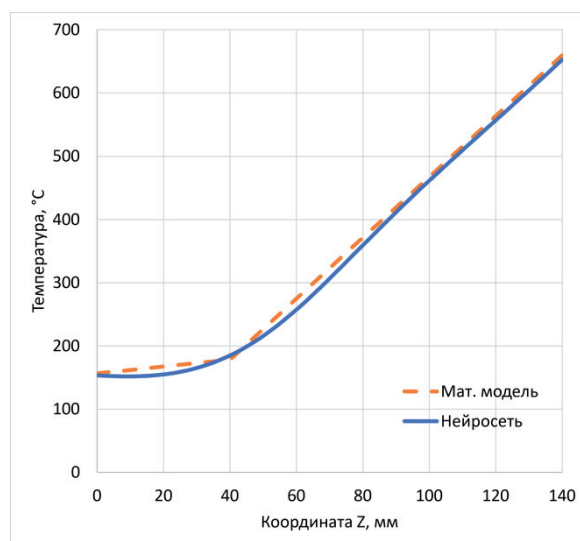


Рисунок 4 – Распределение температур по математической модели и нейросети

Выводы

Сопоставляя распределения температур по высоте плиты и детали, полученные с использованием ММ и НС (рисунок 4), можно сделать вывод, что НС обеспечивает достаточно высокую точность. Этот результат показывает принципиальную возможность нейросетевой аппроксимации ММ физических систем, поведение которых описывается дифференциальными уравнениями в частных производных. Деталь, выращиваемая на 3D-принтере, в совокупности с процессами теплопереноса, относится к таким системам.

Список источников

- [1] **Blakey-Milner B., Gradl P., Snedden G. et al.** Metal additive manufacturing in aerospace: A review. *Materials & Design*. 2021. Vol.209. 110008. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110008.
- [2] **Зленко М.А., Нагайцев М.В., Довбыш В.М.** Аддитивные технологии в машиностроении: пособие для инженеров. М. ГИЦ РФ ФГУП «НАМИ», 2015, 220 с.
- [3] **Bayat A., Dong W., Thorborg J., To A.C., Hattel J.H.** Review of multi-scale and multi-physics simulations of metal additive manufacturing processes with focus on modeling strategies. *Additive Manufacturing*. 2021. Vol.47. 102278. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.102278>.
- [4] **Young T., Hazarika D., Poria S., Cambria E.** Recent Trends in Deep Learning Based Natural Language Processing // *IEEE Computational Intelligence Magazine*. 2018. Vol.13. Iss.3. P.55-75. DOI: 10.1109/MCI.2018.2840738.
- [5] **Epstein Z., Hertzmann A.** Art and the science of generative AI. *Science*. 2023. Vol.380. Iss.6650. P.1110-1111. DOI: 10.1126/science.adh4451.
- [6] **Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E.** Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. 2019. Vol.378. P.686-707. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- [7] **Wang C., Tan X.P., Tor S.B., Lim C.S.** Machine learning in additive manufacturing: State-of-the-art and perspectives. *Additive Manufacturing*. 2020. Vol.36. 101538. DOI: 10.1016/j.addma.2020.101538.
- [8] **Jeronen J., Tuovinen T., Kurki M.** One-Dimensional Thermomechanical Model for Additive Manufacturing Using Laser-Based Powder Bed Fusion. *Computation*. 2022. Vol.10. Iss.6. DOI: 10.3390/computation10060083.
- [9] **Рапопорт Э.Я., Плишиццева Ю.Э.** Технология оптимального проектирования сложноструктурированных систем с распределёнными параметрами: программные стратегии принятия решений. *Онтология проектирования*. 2017. Т.7, № 2. С.172-190. DOI: 0.18287/2223-9537-2017-7-2-172-190.
- [10] **Рапопорт Э.Я., Плишиццева Ю.Э.** Альтернативный метод в векторных задачах параметрической оптимизации систем с распределёнными параметрами. *Онтология проектирования*. 2018. Т.8, №4. С.615-627. DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-4-615-627.
- [11] *Matlab*. Официальная документация. <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/pdepe.html>.
- [12] **Кутателадзе С.С., Боришанский В.М.** Справочник по теплопередаче. 1958. М.: Госэнергоиздат. 414 с.
- [13] **Myers R.H., Montgomery D.C., Anderson-Cook C.M.** Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, 4th Edition. 2016. Wiley. 856 p.
- [14] **Kelleher J.D., Namee B.M., D'Arcy A.** Fundamentals of machine learning for predictive data analytics: algorithms, worked examples. 2nd Edition. 2020. The MIT Press. 853 p.
- [15] **Kingma D.P., Ba J.** Adam: A Method for Stochastic Optimization // *Materials of 3rd International Conference for Learning Representations, San Diego, 2015*. DOI: 10.48550/arXiv.1412.6980.

Сведения об авторе

Кишов Евгений Алексеевич, 1992 г. рождения. Окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени С.П. Королёва в 2014 г., к.т.н. (2019). Доцент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов Самарского университета. В списке научных трудов более 45 работ в области проектирования, оптимизации конструкций и численного моделирования. ORCID: 0000-0002-6893-1894; Author ID (РИНЦ): 1050945; Author ID (Scopus) 57039050400. evgeniy.kishov@ssau.ru.



Поступила в редакцию 13.05.2024, после рецензирования 20.12.2024. Принята к публикации 23.12.2024.



Mathematical modeling of non-stationary heat transfer in selective laser melting based on machine learning

© 2025, E.A. Kishov

Samara University (Samara National Research University named after academician S.P. Korolev), Samara, Russia

Abstract

The article considers numerical modeling of thermal processes in 3D printing using selective laser melting technology based on machine learning. A mathematical model of non-stationary heat transfer in a rod with a variable cross section is developed as a partial differential equation describing the rod's temperature. An algorithm for numerically solving this equation is proposed, implemented using the Matlab system. It is shown that, for certain initial conditions, the temperature distribution becomes quasi-stationary, and for this case, a simple analytical expression for the temperature field is obtained. A neural network is constructed and trained using the TensorFlow library, with training data obtained from the analytical solution of the thermal problem. The neural network's calculation results align with the solutions of the original mathematical model. The article highlights that three-dimensional modeling of the printing process for real-world products demands substantial computational resources. It is shown that machine learning-based models can effectively approximate the temperature field in 3D printing with selective laser melting technology for components of similar geometry.

Keywords: 3D printing, non-stationary heat transfer, temperature distribution, mathematical modeling, machine learning, neural network.

For citation: Kishov EA. Mathematical modeling of non-stationary heat transfer in selective laser melting based on machine learning [In Russian]. *Ontology of designing*. 2025; 15(1): 142-151. DOI:10.18287/2223-9537-2025-15-1-142-151.

Financial Support: This work was supported by the Russian Science Foundation (project 23-79-01213).

Conflict of interest: The author declares no conflict of interest.

List of figures

Figure 1 – Geometry of the sample for the test task

Figure 2 – Temperature distribution at the final moment of time

Figure 3 – Architecture of the neural network used

Figure 4 – Temperature distribution according to the mathematical model and neural network

References

- [1] **Blakey-Milner B, Gradl P, Snedden G. et al.** Metal additive manufacturing in aerospace: A review. *Materials & Design*. 2021; 209. 110008. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.110008.
- [2] **Zlenko MA, Nagaitsev MV, Dovbysh VM.** Additive technologies in mechanical engineering: a manual for engineers [In Russian]. Moscow, State Research Center of the Russian Federation, Federal State Unitary Enterprise "NAMI", 2015, 220 p.
- [3] **Bayat A, Dong W, Thorborg J, To AC, Hattel JH.** Review of multi-scale and multi-physics simulations of metal additive manufacturing processes with focus on modeling strategies. *Additive Manufacturing*. 2021; 47. 102278. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.102278>.
- [4] **Young T, Hazarika D, Poria S, Cambria E.** Recent Trends in Deep Learning Based Natural Language Processing. *IEEE Computational Intelligence Magazine*. 2018; 13(3): 55-75. DOI: 10.1109/MCI.2018.2840738.
- [5] **Epstein Z, Hertzmann A.** Art and the science of generative AI. *Science*. 2023; 380(6650): 1110-1111. DOI: 10.1126/science.adh4451.

-
- [6] **Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis GE.** Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // *Journal of Computational Physics*. 2019; 378: 686-707. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- [7] **Wang C, Tan XP, Tor SB, Lim CS.** Machine learning in additive manufacturing: State-of-the-art and perspectives. *Additive Manufacturing*. 2020; 36. 101538. DOI: 10.1016/j.addma.2020.101538.
- [8] **Jeronen J, Tuovinen T, Kurki M.** One-Dimensional Thermomechanical Model for Additive Manufacturing Using Laser-Based Powder Bed Fusion. *Computation*. 2022; 10(6). DOI: 10.3390/computation10060083.
- [9] **Rapoport EYa, Pleshivtseva YuE.** Technology of optimal designing of complex-structured systems with distributed parameters: program strategy of decision making [In Russian]. *Ontology of designing*. 2017; 7(2): 172-190. DOI: 0.18287/2223-9537-2017-7-2-172-190.
- [10] **Rapoport EYa, Pleshivtseva YuE.** Alternance method in vector problems of parametric optimization of systems with distributed parameters [In Russian]. *Ontology of designing*. 2018; 8(4): 615-627. DOI: 10.18287/2223-9537-2018-8-4-615-627.
- [11] Matlab. Official documentation. <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/pdepe.html>.
- [12] **Kutateladze SS, Borishansky VM.** Handbook of heat transfer [In Russian]. 1958. Moscow: Gosenergoizdat. 414 p.
- [13] **Myers RH, Montgomery DC, Anderson-Cook CM.** Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, 4th Edition. 2016. Wiley. 856 p.
- [14] **Kelleher JD, Namee BM, D'Arcy A.** Fundamentals of machine learning for predictive data analytics: algorithms, worked examples. 2nd Edition. 2020. The MIT Press. 853 p.
- [15] **Kingma DP, Ba J.** Adam: A Method for Stochastic Optimization // Materials of 3rd International Conference for Learning Representations, San Diego, 2015. DOI: 10.48550/arXiv.1412.6980.
-

About the author

Evgeniy Alekseevich Kishov (b. 1992) graduated from Samara State Aerospace University named after S.P. Korolev in 2014, PhD (2019). Associate Professor of the Department of Aircraft Design and Construction at Samara University. The list of scientific publications includes more than 45 works in the field of design, optimization of structures and numerical modeling. ORCID: 0000-0002-6893-1894; Author ID (RSCI): 1050945; Author ID (Scopus) 57039050400. evgeniy.kishov@ssau.ru.

Received May 13, 2024. Revised December 20, 2024. Accepted December 23, 2024.
