УДК 004.925.8 Научная статья DOI: 10.18287/2223-9537-2025-15-1-24-33

Подход к твёрдотельному моделированию геометрических объектов в точечном исчислении

© 2025, Е.В. Конопацкий✉, С.И. Ротков, М.В. Лагунова, М.В. Безсольнов

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ), Нижний Новгород, Россия

Аннотация

Разработка систем автоматизированного проектирования включает комплекс фундаментальных и прикладных исследований. Концептуальную основу математического аппарата таких систем составляет понятие полноценного геометрического тела, как геометрического множества точек, для которого количество текущих параметров соответствует размерности пространства, где геометрическое тело представляется как выделенная часть пространства. Аналитическое описание таких точечных множеств выполняется посредством математического аппарата точечного исчисления. Такой подход имеет обобщение на многомерное пространство. В статье приводится сравнение предложенного подхода к твёрдотельному моделированию геометрических объектов с существующими подходами. Показаны примеры моделирования геометрических тел на основе нового подхода. Выделены преимущества предложенного подхода, включающие компактность аналитического описания, отсутствие необходимости использования матриц преобразования, возможность реализации параллельных вычислений на уровне математического аппарата и др. Обозначены возможности моделирования геометрических тел в точечном исчислении, в том числе моделирование изотропных и анизотропных тел в виде твёрдотельных геометрических объектов с функционально-управляемой линейной и нелинейной структурой пространства.

Ключевые слова: *САПР, твёрдотельное моделирование, граничная модель, точечное исчисление, параллельные вычисления, геометрическое ядро.*

Цитирование: *Конопацкий Е.В., Ротков С.И., Лагунова М.В., Безсольнов М.В.* Подход к твёрдотельному моделированию геометрических объектов в точечном исчислении. *Онтология проектирования*. 2025. Т.15, №1(55). С.24-33. DOI:10.18287/2223-9537-2025-15-1-24-33.

Финансирование: работа выполнена в рамках реализации стратегического проекта ННГАСУ «Суверенные САПР» программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Введение

Процесс современного проектирования невозможно представить без использования систем автоматизированного проектирования (САПР), которые стали эффективным инструментом геометрического моделирования. Геометрические модели прошли многоэтапный процесс эволюции, начиная от ручного черчения, двухмерного и трёхмерного моделирования, использования облачных технологий и цифровой поддержки жизненного цикла изделий до использования средств искусственного интеллекта и машинного обучения.

Существующие САПР хорошо подходят для решения инженерных задач с ограниченным количеством объектов, но пока не могут обеспечить достаточную производительность для создания полноценных цифровых двойников, включающих большие массивы трёхмерных элементов. Другим недостатком современных САПР является отсутствие программного обеспечения, объединяющего возможности геометрического моделирования (*CAD*) и расчётных САПР (*CAE*), что приводит к необходимости импорта геометрических моделей объектов в расчётные комплексы и к возникновению проблем, связанных с недостаточной интероперабельностью отечественных и зарубежных САПР. Основой современных САПР является геометрическое ядро и математический аппарат, на основе которого оно реализовано.

1 Теоретическая часть

Существует несколько видов представления геометрических моделей в САПР, которые включают точечную, каркасную, граничную, конструктивную и воксельную[1] модели. Наибольшее распространение в САПР имеет граничная модель [1], которая получила аббревиатуру *BREP* (*Boundary REPresentation*) или *B-rep* [2-4]. Стоит отметить, что геометрически не совсем корректно называть замкнутую оболочку полноценной твёрдотельной моделью (ТМ), но эта условность используется, в т.ч. и в формате представления данных *IFC*[2].

Среди отечественных разработчиков геометрического ядра САПР можно выделить два программных продукта: C3D [5, 6] и *RGK* [7, 8]. Оба этих геометрических ядра используют граничную модель *BREP*. В работах [9, 10] показано, что поверхность (оболочка) – это двухпараметрическое множество точек, а геометрическое тело – это трёхпараметрическое множество, принадлежащее трёхмерному пространству. В обоих случаях речь идёт о переменных или текущих параметрах, а под геометрическим телом понимается геометрическое множество точек, у которого количество текущих параметров соответствует размерности пространства [9]. Одномерным геометрическим телом является отрезок прямой – выделенная часть одномерного пространства, двумерным телом – выделенная часть плоскости и т.д., а нульмерным геометрическим телом является точка – уникальный геометрический объект, который не имеет никаких метрических характеристик и вместе с тем любой геометрический объект можно представить организованным множеством точек.

Для аналитического описания кривых, поверхностей и гиперповерхностей многомерного пространства разработан математический аппарат «Точечное исчисление» [11]. Точечное исчисление используется также для моделирования геометрических тел, как выделенной части пространства, заполненного организованным множеством точек [9, 10]. Похожий подход, основанный на методах многомерной интерполяции, предложен в [12-14] и реализован на другом математическом аппарате.

Близкой к описанию геометрических тел является воксельная модель, обеспечивающая представление объектов в виде трёхмерного массива объёмных элементов [15-17]. Воксельная модель является обобщением растровой модели на трёхмерное пространство и унаследовала все недостатки растровых моделей, к которым относятся: большие массивы информации, необходимые для представления объёмных данных; значительные затраты оперативной памяти; трудности, связанные с увеличением или уменьшением изображений. Моделирование геометрических тел в виде организованного множества точек можно представить как векторное представление воксельных моделей. Если размер вокселя устремить к точке, то геометрические объекты можно описать организованным множеством точек, получив векторные модели, которые более предпочтительны в САПР по сравнению с растровыми.

ТМ, схожая с воксельной, используется в *CAE*, реализованных на основе метода конечных элементов (МКЭ) [18,19]. При стремлении размера объёмного элемента к бесконечно малой величине (точке) получается точечная ТМ, близкая к предложенной, но вычислительная сложность МКЭ при этом стремится к бесконечности. Если использовать представление

[1] Воксел (от англ. *volumetric pixel* или *voxel* — объёмный пиксель) — элемент объёмного изображения, содержащий значение элемента растра в трёхмерном пространстве.
[2] IfcGeometricConstraintResource. https://standards.buildingsmart.org/IFC/RELEASE/IFC4_3/HTML/ifcgeometricconstraintresource/content.html.

геометрических объектов с помощью текущей точки, которая своим движением заполняет пространство, то можно получить модель, которая описывается простыми точечными уравнениями. Эти уравнения сводятся к системе однотипных параметрических уравнений, позволяющих реализовать параллельные вычисления по данным на уровне математического аппарата [20].

Пример моделирования геометрического тела предложенным способом (см. рисунок 1).

Для параметризации ТМ параллелепипеда можно воспользоваться простыми отношениями трёх точек прямых DA, DB и DC на его сторонах:

$$u=\frac{DP}{DA},\ v=\frac{DQ}{DB},\ w=\frac{DR}{DC}.$$

В результате получаются три точечных уравнения прямых:

$$P=(A-D)u+D,\ Q=(B-D)v+D,\ R=(C-D)w+D.$$

Для определения текущей точки M трёхпараметрического множества можно дважды воспользоваться точечной формулой параллельного переноса [11]:

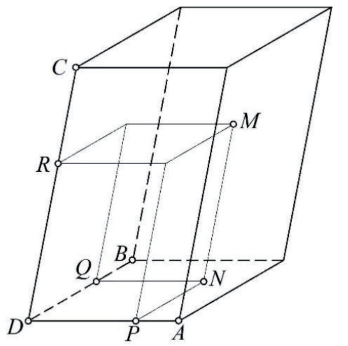


Рисунок 1 - Геометрическая схема определения твёрдотельной модели параллелепипеда

$$\begin{bmatrix} N=P+Q-D \\ M=R+N-D \end{bmatrix} \Rightarrow M=(A-D)u+(B-D)v+(C-D)w+D. \quad (1)$$

В уравнении (1) A, B, C, D – исходные точки, которые не только формируют локальный симплекс трёхмерного пространства для определения искомого множества точек, но и однозначно определяют положение и размеры параллелепипеда в глобальной системе координат. Параметры u, v, w в предложенной параметризации (рисунок 1) изменяются от 0 до 1, обеспечивая заполнение точками внутренней части параллелепипеда. Используя свойства точечного исчисления, можно представить уравнение (1) в более компактном виде:

$$M=Au+Bv+Cw+D(1-u-v-w).$$

Эти две формы представления геометрических объектов в точечном исчислении являются полностью идентичными и всегда могут быть получены одна из другой. Выбор формы представления точечного уравнения зависит от конкретной задачи и определяется удобством использования. Под точками *A, B, C, D, M* в уравнении (1) понимаются координатные векторы. Количество координат зависит от размерности пространства. Переходя к координатной форме для трёхмерного пространства, может быть получена следующая система параметрических уравнений:

$$\begin{cases} x_M=(x_A-x_D)u+(x_B-x_D)v+(x_C-x_D)w+x_D \\ y_M=(y_A-y_D)u+(y_B-y_D)v+(y_C-y_D)w+y_D \\ z_M=(z_A-z_D)u+(z_B-z_D)v+(z_C-z_D)w+z_D \end{cases}. \quad (2)$$

Таким образом, для определения всех параметров положения и формы ТМ параллелепипеда понадобилось 12 параметров. Если использовать для этих целей граничную модель, то количество параметров увеличивается в разы, поскольку нужно определить каждую из шести плоскостей тремя точками, а каждую точку – тремя координатами. Итого получается 54 параметра. Это только поверхность тела без учёта внутренней составляющей. Есть и другие параметризации, но для этого необходимо использовать геометрические условия, реализация которых требует дополнительных вычислительных ресурсов.

Уравнение (1) включает необходимые геометрические условия и позволяет реализовать параллельные вычисления по данным за счёт использования координатных векторов *A, B, C, D, M*. Все уравнения системы (2) являются полностью идентичными за исключением координат точек. Таким образом, вычислительные потоки являются сбалансированными, что минимизирует простой ядер процессора и оптимизирует его вычислительную нагрузку.

В описанной параметризации использованы линейные функции от текущих параметров u, v, w. Такие геометрические тела называются изотропными. Предложенный подход подразумевает, что для определения ТМ могут использоваться и нелинейные функции, которые управляют скоростью движения текущей точки внутри геометрического тела. Таким способом можно моделировать не только изотропные, но и анизотропные геометрические тела с функционально-управляемой анизотропией. Это открывает новые возможности геометрического моделирования физических свойств исследуемых объектов. Если под геометрическим телом понимать выделенную часть пространства, то становится возможным моделирование изотропных и анизотропных энергетических, магнитных, тепловых, световых, звуковых и других полей в виде геометрических объектов с линейной и нелинейной структурой пространства. Аналогичным образом, понимая под геометрическим телом не только твёрдые тела, можно использовать предложенный подход для моделирования физических свойств жидкостей и газов. А возможность обобщения понятия геометрического тела на многомерное пространство с учётом математического аппарата точечного исчисления позволяет использовать практически неограниченное количество параметров, описывающих соответствующие им физические свойства.

Предложенный подход к твёрдотельному моделированию представляет собой обобщение граничной и других моделей геометрических тел. Из точечного уравнения ТМ всегда в виде частных случаев можно получить уравнения поверхности оболочки путём фиксации граничных значений текущих параметров, определяющих модель геометрического тела. Например, для ТМ параллелепипеда из уравнения (1) путём фиксации граничных значений параметров u, v, w получены соответствующие грани параллелепипеда.

$$u = 0 \Rightarrow BCD. \quad u = 1 \Rightarrow \alpha \,//\, BCD.$$
$$v = 0 \Rightarrow ACD. \quad v = 1 \Rightarrow \beta \,//\, ACD.$$
$$w = 0 \Rightarrow ABD. \quad w = 1 \Rightarrow \gamma \,//\, ABD.$$

Аналогичным образом можно получить каркасную геометрическую модель путём одновременной фиксации двух параметров, определив, таким образом, все 12 рёбер параллелепипеда. При одновременной фиксации трёх параметров можно получить все 8 узловых точек параллелепипеда, включая исходные точки A, B, C, D. Изменяя значения параметров от 0 до 1, можно получить точечную геометрическую модель в виде облака дискретных точек.

Следующее направление исследований – это визуализация геометрических объектов на экране компьютера. Здесь разработаны алгоритмы, благодаря которым оптимизирована визуализация существующих геометрических моделей [21-23]. В отличие от них предложенный подход к определению геометрических тел, как выделенной части пространства, позволяет разработать и реализовать новые алгоритмы рендеринга изображений для систем твёрдотельного геометрического моделирования, виртуальной и дополненной реальности. Кроме того, такой подход к моделированию геометрических тел создаёт предпосылки для разработки технологии генерации полноценных объёмных изображений в трёхмерном пространстве, основанной на генерации в трёхмерном пространстве полноценных ТМ с помощью световых лучей функционально-управляемой плотности (геометрическое тело с нелинейной структурой пространства).

Исходя из перечисленных возможностей и перспектив использования предложенного подхода к твёрдотельному моделированию, выделено три основных направления в рамках реализации стратегического проекта «Суверенные САПР»:
- геометрическое ядро САПР нового поколения;
- компьютерное моделирование материи и энергии;
- технология генерации объёмных изображений в трёхмерном пространстве.

2 Результаты экспериментов

Предложенный подход к твёрдотельному моделированию прошёл апробацию на примере моделирования геометрических тел различной формы. Примеры моделирования геометрических тел в виде выделенной части трёхмерного пространства представлены в таблице 1.

В таблице 1: $\bar{u}=1-u$, $\bar{v}=1-v$, $\bar{w}=1-w$ – обозначение дополнений параметров u, v, w до единицы, принятое в точечном исчислении [11]. В таблице приведены только некоторые из возможных параметризаций моделей геометрических тел. Многие параметризации представлены в общем виде. Например, чтобы получить из тела трёхосного эллипсоида двухосное тело или шар, достаточно выбрать соответствующие координаты точек A, B, C, D. При этом точечное уравнение остаётся неизменным. Аналогично – с тороидальным телом. В таблице оно реализовано в общем виде, когда эллипс движется по эллиптической траектории, и соответствующими значениями координат точек модель может быть преобразована в круговое тороидальное тело.

Наряду с простыми геометрическими телами проведены вычислительные эксперименты по моделированию геометрических тел с более сложной геометрией.

Все представленные в работе ТМ визуализированы средствами компьютерной алгебры, но для этих целей могут быть использованы и другие инструменты компьютерной графики и научной визуализации.

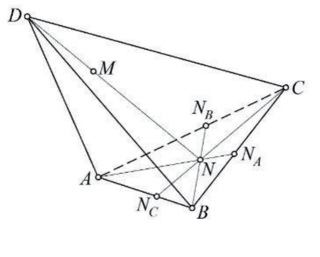
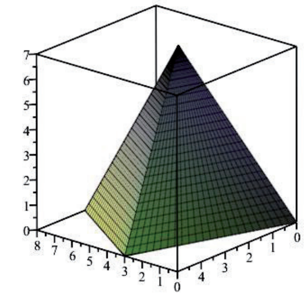
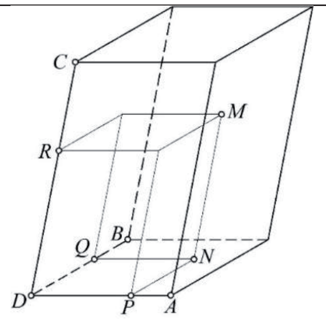
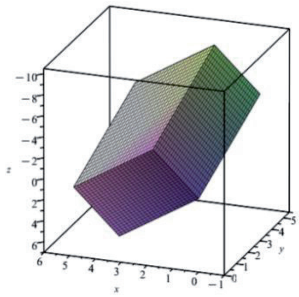
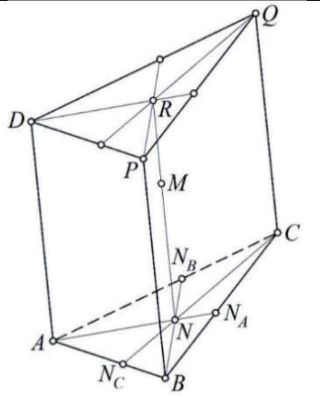
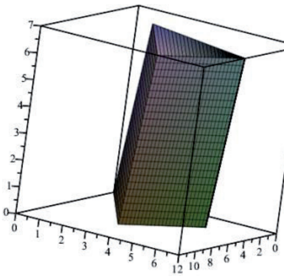
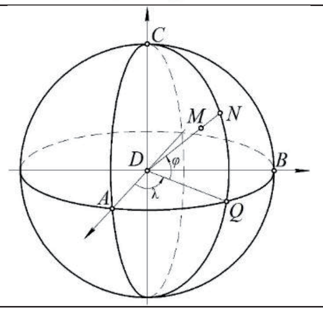
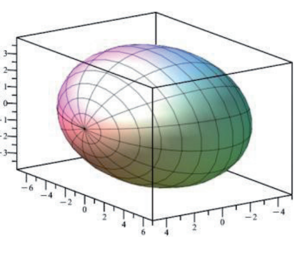
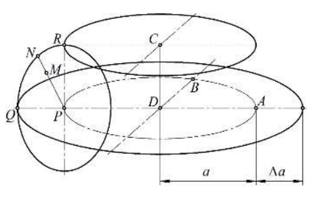
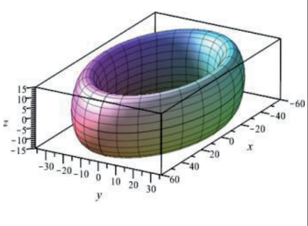
Проведённые вычислительные эксперименты показали обоснованность и достоверность предложенного подхода.

Заключение

Предложен новый математический аппарат векторного представления геометрических объектов. Можно выделить следующие преимущества предложенного подхода и перспективы его использования в САПР:
- разработка новых методов хранения геометро-графической информации, основанных на использовании точечных уравнений, инвариантных относительно параллельного проецирования;
- замена некоторых булевых операций над геометрическими телами аналитическими, а воксельных моделей – векторными;
- отсутствие необходимости использования матриц преобразования и согласования геометрической информации в процессе взаимодействия между *CAD* и *CAE*;
- реализация параллельных вычислений по данным на уровне математического аппарата «Точечное исчисление» и по задачам за счёт использования конструктивных алгоритмов геометрического моделирования на проективной и аффинной основе;
- разработка новых методов расчёта напряжённо-деформированного состояния твёрдых тел, основанных на функционально-управляемой анизотропии и альтернативных по отношению к МКЭ;
- разработка новых высокопроизводительных методов рендеринга изображений;

- разработка новой технологии генерации полноценных объёмных изображений в трёхмерном пространстве.

Таблица 1 – Модели геометрических тел в трёхмерном пространстве

Наименование тела	Геометрическая схема формообразования	Точечное уравнение	Визуализация твёрдотельной модели
Треугольная пирамида		$M = Auv\bar{w} + B\bar{v}\bar{w} + C\bar{u}v\bar{w} + Dw,$ $u \in [0;1],\ v \in [0;1],\ w \in [0;1].$	
Параллеле-пипед		$M = Au + Bv + Cw +$ $+D(1-u-v-w),$ $u \in [0;1],\ v \in [0;1],\ w \in [0;1].$	
Треугольная призма		$M = A(uv - w) + B\bar{v} + Cv\bar{u} + Dw,$ $u \in [0;1],\ v \in [0;1],\ w \in [0;1].$	
Трёхосный эллипсоид		$M = (A-D)u\cos\lambda\cos\varphi +$ $+(B-D)u\sin\lambda\cos\varphi +$ $+(C-D)u\sin\varphi + D,$ $u \in [0;1],\ \lambda \in [0;2\pi],\ \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right].$	
Тороид		$M = (A-D)\left(1+\frac{\Delta a}{a}u\cos\lambda\right)\cos\varphi +$ $+(B-D)\left(1+\frac{\Delta a}{a}u\cos\lambda\right)\sin\varphi +$ $+(C-D)u\sin\lambda + D,$ $u \in [0;1],\ \lambda \in [0;2\pi],\ \varphi \in [0;2\pi].$	

Авторский вклад

Конопацкий Е.В. - общая концепция подхода к твёрдотельному моделированию и получение уравнения; Ротков С.И. - анализ существующих методов твёрдотельного моделирования; Лагунова М.В. - сравнение предложенного подхода с существующими методами твёрдотельного моделирования; Безсольнов М.В. - вычислительные эксперименты по твёрдотельному моделированию.

Список источников

[1] ***Кулакова И.В., Борзенко А.Е.*** Граничное представление моделей (метод B-rep в пакетах САПР) // Информационные технологии в конструировании ЭС: *Межвузовский сборник научных трудов*. Рязань, 2023. С.139-143.

[2] ***Hu Z., Zhang J., Zhang X.*** Construction collision detection for site entities based on 4-D space-time model. *Qinghua Daxue Xuebao* (Ziran Kexue Ban). 2010. Vol.50, No.6. P.820-825.

[3] ***Zou Q., Feng H. Yu.*** A robust direct modeling method for quadric B-rep models based on geometry–topology inconsistency tracking. *Engineering with Computers*. 2022. Vol.38, No.4. P.3815-3830. DOI: 10.1007/s00366-021-01416-5.

[4] ***Teschemacher T., Bauer A.M., Oberbichler T., Breitenberger M., Rossi R., Wüchner R., Bletzinger K.U.*** Realization of CAD-integrated shell simulation based on isogeometric B-Rep analysis. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering* Sciences. 2018. Vol.5, No.1. P.1-54. DOI: 10.1186/s40323-018-0109-4.

[5] ***Ладилова А.А.*** Разработка кроссплатформенного ядра геометрического моделирования. *САПР и графика*. 2022. № 7(309). С.52-56.

[6] ***Голованов Н.Н.*** Геометрическое моделирование. М.: КУРС: ИНФРА-М, 2019. 400 с.

[7] ***Козлов С.Ю., Баранов Л.В.*** Геометрическое ядро RGK. *Автоматизация в промышленности.* 2023. №9. С.24-27.

[8] Геометрическое ядро RGK на форуме компании «Топ Системы». *САПР и графика*. 2023. №7(323). С.32-41.

[9] ***Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A., Lagunova M.V., Naidysh A.V.*** Principles of solid modelling in point calculus // Journal of Physics: Conference Series: 5, Omsk, 16–17 марта 2021 года. Omsk, 2021. P.012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1901/1/012063.

[10] ***Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A.*** Solid modeling of geometric objects in point calculus. *Proceedings of the 31st International Conference on Computer Graphics and Vision* (GraphiCon 2021). Nizhny Novgorod, Russia, September 27-30, 2021. Vol.3027. P.666-672. DOI: 10.20948/graphicon-2021-3027-666-672.

[11] ***Балюба И.Г., Конопацкий Е.В., Бумага А.И.*** Точечное исчисление. Макеевка: ДОННАСА, 2020. 244 с.

[12] ***Аюшеев Т.В., Булычев Р.Н.*** Моделирование параметрических рациональных тел с использованием обобщенной интерполяции Безье. *Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика.* 2018. №1. С.83-94. DOI: 10.18101/2304-5728-2018-1-83-94.

[13] ***Аюшеев Т.В., Булычев Р.Н., Ракшаева О.Д.*** Построение трехпараметрических тел с вырожденными граничными поверхностями. *Прикладная математика и фундаментальная информатика*. 2019. Т.6, №4. С.4-17. DOI: 10.25206/2311-4908-2019-6-4-4-17.

[14] ***Аюшеев Т.В., Дамдинова Т.Ц., Бальжинимаева С.М.*** Моделирование тел с эллипсоидными порами в векторно-параметрическом представлении. *Динамика систем, механизмов и машин*. 2023. Т.11, №2. С.2-7. DOI: 10.25206/2310-9793-2023-11-2-2-7.

[15] ***Шакаев В.Д., Кравец А.Г.*** Способы представления воксельного ландшафта при проектировании систем виртуальной реальности. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2019. Т.7, №1(24). С.309-327. DOI: 10.26102/2310-6018/2019.24.1.019.

[16] ***Shchurova E.I.*** Voxel and Finite Element Modeling of Twist Drill. *Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (*ICIE 2019). Sochi, Russia, 25-29 March 2019. Springer International Publishing, Switzerland AG, 2020. P.181-190. DOI: 10.1007/978-3-030-22063-1_20.

[17] ***Tolok A.V., Tolok N.B.*** Constructing the functional voxel model for terrain on the basis of bilinear interpolation of triangulated network. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020. Vol.1226. P.340-347. DOI: 10.1007/978-3-030-51974-2_33.

[18] ***Косов М.Г., Капитанов А.В.*** Метод гранично-объёмных конечных элементов для решения контактных задач. *СТИН*. 2019. №7. С.5-7.

[19] ***Страхов Д.Е., Сахапова А.И.*** Объемные конечные элементы в реконструируемых зданиях. *Инновационная наука*. 2017. № 10. С.20-26.

[20] ***Конопацкий Е.В.*** Геометрические основы параллельных вычислений в системах компьютерного моделирования и автоматизированного проектирования. *Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению "Графикон".* 2022. №32. С.816-825. DOI: 10.20948/graphicon-2022-816-825.

[21] ***Earnshaw R., Dill J., Kasik D.*** Data Science and Visual Computing. *Advanced Information and Knowledge Processing*. 2019. DOI:10.1007/978-3-030-24367-8.

[22] ***Aung Pa.Pa.W., Choi W., Kulinan A.S., Cha G., Park S.*** Three-Dimensional Engine-Based Geometric Model Optimization Algorithm for BIM Visualization with Augmented Reality. *Sensors*. 2022. Vol.22, No.19. P.7622. DOI: 10.3390/s22197622.

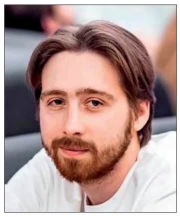
[23] ***Kasik D.*** Geometric visualization. *Advanced Information and Knowledge Processing*, 2019. P.59-72. DOI: 10.1007/978-3-030-24367-8_5.

Сведения об авторах

Конопацкий Евгений Викторович, 1980 г. рождения. Окончил Донбасскую государственную академию строительства и архитектуры в 2004 г., д.т.н. (2020). Директор института информационных технологий ННГАСУ, заведующий кафедрой инженерной графики и информационного моделирования ННГАСУ. Учёный секретарь диссертационного совета по специальности «Инженерная геометрия и компьютерная графика. Цифровая поддержка жизненного цикла изделий». В списке научных трудов более 150 работ в области инженерной геометрии и компьютерной графики. ORCID: 0000-0003-4798-7458; Author ID (РИНЦ): 681553; Author ID (Scopus): 57188826034; Researcher ID (WoS): D-3235-2019. *e.v.konopatskiy@mail.ru.* ✉.

Ротков Сергей Игоревич, 1947 г. рождения. Окончил Горьковский государственный университет им. Лобачевского в 1970 г., д.т.н. (1999). Профессор кафедры инженерной графики и информационного моделирования ННГАСУ. Председатель диссертационного совета «Инженерная геометрия и компьютерная графика. Цифровая поддержка жизненного цикла изделий». В списке научных трудов более 240 работ в области инженерной геометрии, компьютерной графики и цифровой поддержки жизненного цикла изделий. ORCID: 0000-0002-3058-2369; Author ID (РИНЦ): 422792; Author ID (Scopus): 55533401900. *rotkov@nngasu.ru.*

Лагунова Марина Викторовна, 1962 г. рождения. Окончила Горьковский политехнический институт им. А.А. Жданова в 1984 г., д.п.н. (2002). Профессор кафедры инженерной графики и информационного моделирования ННГАСУ. В списке научных трудов более 250 работ в области инженерной геометрии и компьютерной графики. ORCID: 0000-0002-0671-8609; Author ID (РИНЦ): 364080; Author ID (Scopus): 57203126551. *mvlnn@mail.ru.*



Безсольнов Максим Владимирович, 1998 г. рождения. Окончил ННГАСУ в 2022 г. Аспирант кафедры инженерной графики и информационного моделирования ННГАСУ. Author ID (РИНЦ): 1240598. *bezsoff@yandex.ru.*

Поступила в редакцию 03.09.2024, после рецензирования 29.11.2024. Принята к публикации 10.12.2024.

Scientific article DOI: 10.18287/2223-9537-2025-15-1-24-33

An approach to solid modeling of geometric objects in point calculus

© 2025, E.V. Konopatskiy✉, S.I. Rotkov, M.V. Lagunova, M.V. Bezsolnov

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering (NNSAGU), Nizhny Novgorod, Russia

Abstract

The development of computer-aided design systems involves a combination of fundamental and applied research. The conceptual foundation of the mathematical framework for such systems lies in the notion of a complete geometric body—a geometric set of points where the number of active parameters matches the dimensionality of the space, with the geometric body represented as a distinct part of that space. The analytical representation of these point sets is achieved through the mathematical apparatus of point calculus, which can be generalized to multidimensional spaces. The article compares this proposed approach to solid modeling of geometric objects with existing methods. Examples demonstrating the modeling of geometric bodies using the new approach are provided. The advantages of this approach are emphasized, including the compactness of the analytical description, the elimination of transformation matrices, the facilitation of parallel computations within the mathematical framework, and more. Additionally, the article explores the capabilities of modeling geometric bodies in point calculus, such as the representation of isotropic and anisotropic bodies as solid geometric objects with a functionally controlled linear or nonlinear spatial structure.

Keywords: *CAD, solid modeling, boundary model, point calculus, parallel computing, geometric kernel.*

For citation: *Konopatskiy EV, Rotkov SI, Lagunova MV, Bezsolnov MV.* An approach to solid modeling of geometric objects in point calculus [In Russian]. *Ontology of designing*. 2025; 15(1): 24-33. DOI:10.18287/2223-9537-2025-15-1-24-33.

Financial Support: The work was carried out within the framework of implementation of the NNSAGU strategic project "Sovereign CAD" of the strategic academic leadership program "Priority 2030".

Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest.

List of figures and tables

References

[1] ***Kulakova IV, Borzenko AE.*** Boundary representation of models (B-REP method in CAD packages) [In Russian]. *Information technologies in ES design: Interuniversity collection of scientific works*. Ryazan. 2023. P.139-143.

[2] ***Hu Z, Zhang J, Zhang X.*** Construction collision detection for site entities based on 4-D space-time model. *Qinghua Daxue Xuebao* (Ziran Kexue Ban). 2010; 50(6): 820-825.

[3] ***Zou Q, Feng HYu.*** A robust direct modeling method for quadric B-rep models based on geometry–topology inconsistency tracking. *Engineering with Computers*. 2022; 38(4): 3815-3830. DOI: 10.1007/s00366-021-01416-5.

[4] ***Teschemacher T, Bauer AM, Oberbichler T, Breitenberger M, Rossi R, Wüchner R, Bletzinger KU.*** Realization of CAD-integrated shell simulation based on isogeometric B-Rep analysis. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*. 2018; 5(1): 1-54. DOI: 10.1186/s40323-018-0109-4.

[5] ***Ladilova AA.*** Development of cross-platform kernel of geometrical modeling [In Russian]. *CAD and graphics*. 2022;7(309): 52-56.

[6] ***Golovanov NN.*** Geometrical modeling [In Russian]. Moscow: KURS: INFRA-M, 2019. 400 p.

[7] ***Kozlov SYu, Baranov LV.*** Russian Geometrical Kernel, RGK [In Russian]. *Automation in industry*. 2023; 9: 24-27.

[8] RGK at the Top Sistemi Company Forum [In Russian]. *CAD and graphics*. 2023; 7(323): 32-41.

[9] ***Konopatskiy EV, Bezditnyi AA, Lagunova MV, Naidysh AV.*** Principles of solid modelling in point calculus. *Journal of Physics: Conference Series*: 5, Omsk, 16–17 марта 2021 года. Omsk, 2021. P.012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1901/1/012063.

[10] ***Konopatskiy EV, Bezditnyi AA.*** Solid modeling of geometric objects in point calculus. *Proceedings of the 31st International Conference on Computer Graphics and Vision* (GraphiCon 2021). Nizhny Novgorod, Russia, September 27-30, 2021; 3027: 666-672. DOI: 10.20948/graphicon-2021-3027-666-672.

[11] ***Balyuba IG, Konopatsky EV, Bumaga AI.*** Dot calculus [In Russian]. Makeyevka: DONNASA, 2020. 244 p.

[12] ***Ayusheev TV, Bulychev RN.*** Modeling of parametric rational solids using generalized Bezier interpolation [In Russian]. *Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics*. 2018; 1: 83-94. DOI: 10.18101/2304-5728-2018-1-83-94.

[13] ***Ayusheev TV, Bulychev RN, Rakshaeva OD.*** Construction of three-parameter solids with degenerate facet surfaces [In Russian]. *Applied Mathematics and Fundamental Informatics*. 2019; 6(4): 4-17. DOI: 10.25206/2311-4908-2019-6-4-4-17.

[14] ***Ayusheev TV, Damdinova TTs, Balzhinimimayeva SM.*** Modeling of solids with ellipsoidal pores in vector-parametric representation [In Russian]. *Dynamics of systems, mechanisms and machines*. 2023; 11(2): 2-7. DOI: 10.25206/2310-9793-2023-11-2-2-7.

[15] ***Shakaev VD, Kravets AG.*** Methods of voxel landscape representation in designing virtual reality systems [In Russian]. *Modeling, optimization and information technologies*. 2019; 7(24): 309-327. DOI: 10.26102/2310-6018/2019.24.1.019.

[16] ***Shchurova EI.*** Voxel and Finite Element Modeling of Twist Drill. *Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering* (ICIE 2019). Sochi, Russia, 25-29 March 2019. Springer International Publishing, Switzerland AG, 2020. P.181-190. DOI: 10.1007/978-3-030-22063-1_20.

[17] ***Tolok AV, Tolok NB.*** Constructing the functional voxel model for terrain on the basis of bilinear interpolation of triangulated network. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020; 1226: 340-347. DOI: 10.1007/978-3-030-51974-2_33.

[18] ***Kosov MG, Kapitanov AV.*** Method of boundary-volume finite elements for solving contact problems [In Russian]. STIN. 2019; 7: 5-7.

[19] ***Strakhov DE, Sakhapova AI.*** Volumetric finite elements in reconstructed buildings [In Russian]. *Innovative science*. 2017; 10: 20-26.

[20] ***Konopatskiy EV.*** Geometrical bases of parallel calculations in systems of computer modeling and computer-aided design [In Russian]. *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Vision "Graphicon"*. 2022; 32: 816-825. DOI: 10.20948/graphicon-2022-816-825.

[21] ***Earnshaw R, Dill J, Kasik D.*** Data Science and Visual Computing. *Advanced Information and Knowledge Processing*. 2019. DOI:10.1007/978-3-030-24367-8.

[22] ***Aung PaPaW, Choi W, Kulinan AS, Cha G, Park S.*** Three-Dimensional Engine-Based Geometric Model Optimization Algorithm for BIM Visualization with Augmented Reality. *Sensors*. 2022; 22(19): 7622. DOI: 10.3390/s22197622.

[23] ***Kasik D.*** Geometric visualization. *Advanced Information and Knowledge Processing*, 2019. P.59-72. DOI: 10.1007/978-3-030-24367-8_5.

About the authors

Evgeniy Viktorovich Konopatskiy (b. 1980) graduated from Donbas State Academy of Civil Engineering and Architecture in 2004, Ph.D. (2020). Director of the Institute of Information Technologies of NNSAGU, Head of the Department of Engineering Graphics and Information Modeling of NNSAGU. Academic Secretary of the Dissertation Council on the specialty "Engineering Geometry and Computer Graphics. Digital support of product life cycle". The list of scientific works includes more than 150 works in the field of engineering geometry and computer graphics. ORCID: 0000-0003-4798-7458; Author ID (RSCI): 681553; Author ID (Scopus): 57188826034; Researcher ID (WoS): D-3235-2019. *e.v.konopatskiy@mail.ru*. ✉.

Sergey Igorevich Rotkov (b. 1947) graduated from Lobachevsky Gorky State University (GSU) in 1970, Doctor of Engineering (1999). Professor of the Department of Engineering Graphics and Information Modeling, NNSAGU. Chairman of the Dissertation Council on the specialty "Engineering Geometry and Computer Graphics. Digital support of product life cycle". The list of scientific works includes more than 240 works in the field of engineering geometry, computer graphics and digital support of product life cycle. ORCID: 0000-0002-3058-2369; Author ID (RSCI): 422792; Author ID (Scopus): 55533401900. *rotkov@nngasu.ru.*

Marina Viktorovna Lagunova (b. 1962) graduated from the Gorky Polytechnic Institute named after A.A. Zhdanov in 1984, Doctor of Pedagogical Science (2002). Professor of the Department of Engineering Graphics and Information Modeling of NNSAGU. The list of scientific works includes more than 250 works in the field of engineering geometry and computer graphics. ORCID: 0000-0002-0671-8609; Author ID (RSCI): 364080; Author ID (Scopus): 57203126551. *mvlnn@mail.ru*.

Maxim Vladimirovich Bezsolnov (b. 1998) graduated from the NNSAGU in 2022. Postgraduate student of the Department of Engineering Graphics and Information Modeling of NNSAGU. Author ID (RSCI): 1240598. *bezsoff@yandex.ru.*

Received September 3, 2024. Revised November 29, 2024. Accepted December 10, 2024.