

ИНЖИНИРИНГ ОНТОЛОГИЙ

УДК 001.92

Научная статья

DOI: 10.18287/2223-9537-2026-16-1-87-97

**Точечное исчисление как онтологическая основа представления геометрических объектов в проектировании**

© 2026, А.А. Бездитный

*Мелитопольский государственный университет, Мелитополь, Россия**Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, Нижний Новгород, Россия***Аннотация**

В инженерном проектировании выбор способа представления геометрии во многом определяет эффективность разрабатываемой системы. Традиционные методы – граничные представления, конструктивная твердотельная геометрия и функциональные описания – основные средства автоматизации проектирования, каждый из которых отражает отдельный аспект объекта, поэтому требуется согласование их описаний. Это приводит к избыточности и усложнению процедур преобразования данных, ограничивает возможности моделирования объектов со сложной внутренней структурой, а также снижает универсальность цифровых моделей. В работе рассматривается точечное исчисление как иная концепция представления геометрических объектов. В точечном исчислении все геометрические объекты рассматриваются как упорядоченные множества точек, которые определяются с помощью локальных и глобальных симплексов. Применительно к твердотельному моделированию это позволяет описывать одновременно граничную форму и внутреннее пространство объекта. Граничная модель в этом случае интерпретируется как частный случай такого подхода, что обеспечивает совместимость с существующими системами автоматизации проектирования. Использование точечного исчисления устраняет разделение между геометрией и функциональными свойствами, позволяя моделировать анизотропные структуры, внутренние каналы и вариативные материалы в едином параметрическом пространстве. Применение точечного исчисления для описания проектных объектов позволяет обеспечить целостность цифровых моделей и снизить когнитивную нагрузку при использовании их различных представлений. Перспективы применения подхода связаны с цифровыми двойниками, аддитивным производством и генеративным дизайном, где требуется совмещение гибкости, универсальности и формальной строгости.

Ключевые слова: *точечное исчисление, проектирование, геометрическое моделирование, граничное представление, функциональное представление, конструктивная твердотельная геометрия.*

Цитирование: *Бездитный А.А. Точечное исчисление как онтологическая основа представления геометрических объектов в проектировании. Онтология проектирования. 2026. Т.16, №1(59). С.87-97. DOI: 10.18287/2223-9537-2026-16-1-87-97.*

Финансирование: *Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 25-21-00003, <https://rscf.ru/project/25-21-00003/>.*

Конфликт интересов: *автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.*

Введение

Формирование современных методов представления геометрии объектов связано с развитием систем автоматизированного проектирования (САПР) во второй половине XX века. Граничные модели (*Boundary representation, B-rep*) стали удобным средством описания сложных форм, опираясь на представление объекта через его поверхность [1, 2]. Булевы конструкции в конструктивной твердотельной геометрии (*Constructive Solid Geometry, CSG*) обеспечили компактный способ построения моделей из элементарных примитивов, что ока-

залось удобным для автоматизации ряда операций. Для функциональных представлений (*Function Representation, F-rep*) используется универсальный математический аппарат, позволяющий описывать не только форму, но и физико-математические свойства объектов [3]. Ни один из подходов не стал универсальным и в практических системах часто используется в комбинации с другими, что указывает на концептуальную неполноту названных методов.

В одной САПР приходится поддерживать несколько представлений одновременно [4, 5]: граничное – для визуализации и контроля; конструктивную твердотельную геометрию – для построения сложных форм; функциональное – для анализа физических свойств. Переход между этими представлениями сопровождается преобразованиями, которые могут не всегда точно отражать исходный объект и приводить к потерям информации. Это означает, что один и тот же объект существует в САПР в нескольких несогласованных описаниях, что противоречит требованию целостности проектного представления.

В современном проектировании всё чаще на первый план выходят задачи, где объект должен быть не только геометрически правильным, но и функционально насыщенным.

Цифровые двойники (ЦД). Для ЦД объекта требуется модель, которая одновременно описывает геометрию, материалы, внутреннюю структуру и поведение в условиях эксплуатации. Традиционные методы представляют эти свойства разрозненно, и онтологически объект проектирования разделён на несколько несвязанных моделей, описывающих форму, свойства и поведение, что повышает риск ошибок при их последующем сопряжении.

Аддитивные технологии. Проектирование для 3D-печати включает выполнение требований к внутренней структуре объекта: пористость, решётчатые заполнения, переменная толщина стенок. Методы граничного представления и *CSG* плохо подходят для описания таких объектов, так как они оперируют в основном замкнутыми оболочками. *F-rep* позволяет описывать сложные внутренние структуры, но в практике САПР остаётся трудным и малопонятным пользователям.

Генеративный дизайн и оптимизация. Генеративные системы формируют новые формы на основе алгоритмов оптимизации или бионического копирования. Полученные результаты требуют адаптации, что приводит к расслоению проектного представления: модель существует как вычислительный результат, как геометрическая оболочка и как объект для анализа, но не как единая сущность.

Можно отметить отсутствие в современном проектировании универсального языка, который позволил бы описывать объект целостно – его форму, структуру и функции. Точечное исчисление (ТИ) можно рассматривать как один из способов преодоления обозначенных ограничений: объект задаётся не через поверхность или комбинацию примитивов, а через упорядоченное множество точек, объединённых в симплексы. Каждая точка может содержать информацию не только о геометрическом положении, но и о параметрах внутренней структуры, материальных свойствах и функциональных характеристиках.

Единство представления. В ТИ граница и внутреннее пространство описываются в рамках одного и того же параметрического аппарата. Граничная модель возникает как частный случай – через выделение подмножества параметров, удовлетворяющих условиям границы: поверхность является двумерным сечением трёхмерной области параметров, которая встроена в общее описание объекта.

Интеграция параметров. В ТИ каждая вычисленная точка модели может нести локальные данные – например, об анизотропии, пористости, ориентации волокон или других физических свойствах. Объект в ТИ является не только геометрическим, но и функциональным: локальные свойства закрепляются за текущими точками параметрического пространства.

Совместимость и эволюция. Поскольку в ТИ существует возможность выхода на *B-rep* при условии изменения значений параметров, появляется возможность плавного перехода: существующие модели можно включать в новую САПР без перестройки. Это делает ТИ средством эволюционного расширения модели проектирования.

Цель работы – показать, что использование ТИ позволяет преодолеть ограничения традиционных методов, обеспечивает целостность цифровых моделей и позволяет сформировать новый уровень моделирования объектов в проектировании.

1 Традиционные представления геометрии в проектировании

B-rep является основой большинства современных САПР. Объект описывается через поверхность, которая задаётся в виде совокупности граней, рёбер и вершин. Такой подход удобен для визуализации и геометрических операций: он обеспечивает отображение сложных форм и позволяет проводить пересечения, объединения и другие операции с оболочками. Однако у *B-rep* есть ограничения [1]. Во-первых, в *B-rep* отсутствует информация о внутренней структуре объекта. Во-вторых, любая ошибка в топологии разрушает целостность модели, что приводит к сбоям в вычислительных процедурах.

CSG допускает значительные вариации базовых примитивов, производящих операций и их описаний. Булевы методы моделирования, применяемые в *CSG*, строятся на комбинировании элементарных примитивов при помощи логических операций объединения, пересечения и разности. Этот подход удобен для автоматизации конструкторских процедур: сложные формы можно собрать из относительно простых блоков. Вместе с тем, *CSG* накладывает ограничения на вариативность формы. В общем случае *CSG* не позволяет получить единственное описание геометрии объекта. Для объектов с плавными очертаниями требуется чрезмерное усложнение конструкций. Кроме того, результирующая модель существует не как самостоятельная сущность, а как дерево операций: объект задаётся процедурой построения и не обладает описанием, объединяющим границу и внутреннюю структуру.

F-rep основаны на задании объекта через функцию $F(x,y,z)$, которая определяет принадлежность точки пространству модели [3, 6]. Этот подход универсален: он позволяет описывать не только форму, но и внутренние параметры объекта. *F-rep* используется в задачах анализа и для построения объектов со сложной структурой. Тем не менее, *F-rep* остаётся малопрактичным для применения в САПР. Это связано с интерпретацией и управлением моделью: пользователю сложно работать с функцией, а вычислительные процедуры требуют значительных ресурсов. *F-rep* формирует абстрактный уровень описания, плохо связанный с инженерной практикой. Объект задаётся через неравенство $F(x,y,z) \geq 0$, что является математически строгим и универсальным описанием, однако конструктором оно плохо интерпретируется. Там, где в *B-rep* есть наглядная грань, а в *CSG* – геометрический примитив, в *F-rep* есть формула, которую нужно анализировать и контролировать. Описание даже простых тел требует нетривиальных выражений, которых, при проектировании реальных объектов, часто приходится комбинировать десятки или сотни. Это превращает модель в громоздкое аналитическое выражение, которое трудно изменять и отлаживать. Для создания сложных геометрических объектов (с отверстиями, решётчатыми структурами или переменной толщиной) требуется накладывать последовательные операции: пересечения функций, ограничения областей, *R*-функций [7]. Каждая такая операция увеличивает сложность итоговой формулы.

Итоговое сравнение. Рассмотренные подходы представляют разные уровни описания объекта, но не являются универсальными: *B-rep* ограничивается оболочкой; *CSG* оперирует деревом операций; *F-rep* задаёт объект функционально и остаётся оторванным от инженерной практики. В результате объект существует в разных представлениях, которые плохо согласованы друг с другом. Это затрудняет объединение моделей, усложняет поддержку ЦД и снижает прозрачность проектных решений.

2 Концептуальная основа представления объекта в точечном исчислении

В ТИ используется набор базовых сущностей и отношений, которые позволяют обеспечить целостность представления объекта [8]:

- *точка* – минимальный элемент, обладающий координатами и атрибутами (геометрическими, материальными, функциональными);
- *параметр* – переменная, управляющая положением и характеристиками точек в симплексе;

- *симплекс* – локальная конструктивная структура, объединяющая точки в иерархии размерностей (отрезок, треугольник, тетраэдр);
- *функция* – аналитическое выражение, задающее распределение точек, их свойства или их изменения;
- *маска* – логическое условие, определяющее принадлежность точки множеству и обеспечивающее выполнение операций объединения, пересечения и разности.

Структурные отношения в ТИ. Вложенность понимается как иерархическое наращивание размерности (отрезок → поверхность → объём), при котором каждая новая модель формируется на основе симплексов большей размерности, а все точки определяются в глобальных координатах. Параметризация фиксирует зависимость координат и свойств точек от выбранной системы параметров и обеспечивает переносимость описания между задачами. Маска задаёт допустимые области параметрического пространства, позволяет формировать внутренние структуры и выполнять логические операции, не разрушая схему объекта. На уровне универсализации это означает, что представление проектируемого объекта опирается на точку и симплекс, как носители формы и структуры, а операции проектных процессов выражаются через параметризацию и маскирование, как язык построения, редактирования и оптимизации. Этим объясняется роль ТИ как универсального концептуального уровня, связывающего геометрическое моделирование [9], анализ и производство. Обобщённое сравнение подходов к геометрическому моделированию приведено в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнительные характеристики подходов к представлению геометрии в проектировании

Подход	Базовые сущности	Структурные отношения	Уровень универсализации	Ограничения
<i>B-rep</i>	Вершины, рёбра, грани	Топологическая связность	Только оболочка объекта	Нет информации о внутренней структуре; зависимость от корректности топологии
<i>CSG</i>	Примитивы (куб, сфера, цилиндр), дерево операций	Булевы связи (\wedge , \vee , \neg)	Конструктивное дерево	Ограниченная выразительность для плавных форм; модель существует как процедура
<i>F-rep</i>	Глобальная функция $F(x,y,z)$	Логические комбинации функций, неравенства	Универсальное описание формы и свойств	Сложность формул и вычислений, слабая интерпретируемость
ТИ	Точки, симплексы, параметры, функции, маски (условия)	Вложенность размерностей, параметризация, маскирование	Единый принцип описания: граница и внутреннее пространство, геометрия и свойства	Необходимость параметризации и новых интерфейсов, рост числа точек при высокой детализации

В прикладной геометрии описание геометрических объектов через множества точек получило развитие в виде аппарата аффинных инвариантов и параметрических методов описания кривых и поверхностей [10]. Предложены способы параметрического описания кривых и поверхностей [8, 9], алгоритмы построения аффинно-инвариантных моделей [10, 11], методы аппроксимации [12] и геометрической визуализации [13]. Современное развитие ТИ связано с переходом от описания поверхностей к моделированию трёхмерных тел, включая объекты с внутренней структурой и переменными параметрами [14]. ТИ можно рассматривать как параметрическую систему, где каждая точка описывается векторным уравнением, включающим базовые точки симплекса и набор управляющих функций. Форма объекта задаётся конструктивно через опорные точки и параметры, что обеспечивает читаемость и понятность для пользователя [15]. ТИ даёт возможность в одном и том же формализме описывать:

- границы (как частные случаи);
- внутренние структуры (через распределение точек);
- анизотропные свойства (через использование различных параметров в уравнениях);
- вариативные формы и объекты с текущим сечением;
- многосвязные конструкции и самопересекающиеся поверхности проявляются как локальное уплотнение точек, которое, при необходимости, можно устранить.

В результате проектировщик работает с единой конструктивной схемой объекта.

Совместимость со средствами САПР обеспечивается тем, что из модели ТИ однозначно извлекается граничное представление. Это даёт возможность подключать ТИ к системам моделирования без перестройки программных ядер – достаточно выполнить преобразования на уровне форматов и интерфейсов. ТИ можно внедрять постепенно: от поддержки отдельных операций (например, моделирование внутренних каналов [16]) до построения целостных проектных платформ.

ТИ имеет ряд ограничений, которые важно учитывать при его внедрении в проектную практику.

- Построение модели в ТИ требует выбора опорных точек и функций параметров. Для простых объектов это выполняется легко, но для сложных конструкций параметризация может стать нетривиальной задачей. Ошибочный выбор приводит к усложнению уравнений или избыточности описания.
- ТИ во многом сохраняет аналитический характер. Для пользователей, привыкших мыслить телами и их оболочками, работа с симплексами и параметрическими функциями может быть менее интуитивной, чем в *B-rep* или *CSG*. Это требует обучения пользователей и разработки специальных интерфейсов.
- При высокой детализации или сложной внутренней структуре количество точек растёт, что повышает вычислительные затраты на визуализацию и анализ. Необходимы оптимизационные алгоритмы и иерархические структуры данных.
- ТИ не интегрировано в используемые САПР. Это снижает возможность его массового применения и требует разработки программных средств, обеспечивающих совместимость с существующими стандартами.
- В ТИ самопересечение не разрушает модель, но в инженерной практике такие случаи могут вызывать сложности при переходе к другим форматам (например, при экспорте в другие САПР). Это требует дополнительных инструментов контроля.

Таким образом, ТИ не решает все проблемы, присущие традиционным методам описания геометрических моделей, а для практического применения необходима дальнейшая разработка инструментов параметризации, оптимизации и пользовательских интерфейсов.

3 Совместимость с САПР и применение

В традиционных САПР *B-rep* является доминирующим форматом, обеспечивая хранение и обработку моделей. Вместо традиционной булевой логики, где требуется вычисление пересечений поверхностей, в ТИ операции объединения, пересечения и вычитания выражаются через параметрические маски [17]. Это позволяет выполнять булевы операции без перестройки топологической структуры, что позволяет снизить вычислительные затраты [18, 19], упростить алгоритмы и повысить устойчивость систем при работе со сложными многосвязными объектами.

Объект в ТИ описывается через параметрическое уравнение, каждая точка определяется набором параметров (u, v, w, \dots) , принадлежащих некоторой области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Булевы операции в ТИ сводятся к работе не с поверхностями, а с областями параметров, определяющими трёх-параметрическое множество точек.

- *Объединение тел* задаётся как объединение областей допустимых параметров. Если тело 1 существует при $(u, v, w) \in \Omega 1$, а тело 2 при $(u, v, w) \in \Omega 2$, то их объединение соответствует области $\Omega = \Omega 1 \cup \Omega 2$.
- *Пересечение тел* аналогично определяется как $\Omega = \Omega 1 \cap \Omega 2$.
- *Разность тел* формулируется как $\Omega = \Omega 1 \setminus \Omega 2$.

Таким образом, вместо перестройки топологической структуры используется маска области параметров, которая выступает фильтром: она исключает или включает точки, исходя из заданных правил. Например, если объект задаётся параметрами $(u, v, w) \in [0, 1]$, то разность двух тел может быть реализована введением дополнительного условия вида $f(u, v, w) < 0$. Это условие и есть маска: оно отсеивает часть точек и формирует новое тело. Преимущество подхода в том, что все операции выполняются в аналитической форме, без пересчёта поверхностей и без риска разрушения топологии.

Для создания простых геометрических объектов с различными конфигурациями вырезов, отверстий и полостей в ТИ существует возможность получения их аналитического описания на основе геометрической схемы [17]. Наличие библиотеки типовых уравнений позволяет сократить время проектирования. Таким образом, формируется «каталог прототипов», который позволяет проектировщику быстро переходить от простых геометрических схем к сложным телам с внутренней структурой, не теряя универсальности и целостности описания.

В ТИ возможно комбинирование объектов на основе геометрических схем – структур, задающих взаимосвязи между симплексами и параметрами. Такой способ объединения тел в одном или нескольких симплексах позволяет строить сложные объекты без дерева операций. Для САПР это открывает перспективу упрощения представления сложных моделей: вместо громоздких иерархий можно работать с компактными геометрическими схемами.

Преимуществом ТИ является возможность внедрять его поэтапно и использовать как дополнительный инструмент для моделирования специфических объектов. Постепенно такие модули могут становиться частью общей архитектуры САПР. В перспективе возможны гибридные модели, где часть конструкции описывается средствами *B-rep*, а часть – средствами ТИ, при этом согласование выполняется автоматически. Такая структура фиксирует способ порождения объекта, а не только его итоговую форму. Это делает структуру построения, зависимости параметров и результаты преобразований явно прослеживаемыми, что важно в условиях интеграции проектирования, анализа и производства.

В ТИ внутренние характеристики могут вводиться так же, как и граничные. Это открывает возможность моделирования:

- анизотропных материалов;
- объектов с полостями и каналами, включая их разветвлённые структуры;
- решётчатых и ячеистых структур, востребованных в аддитивных технологиях;
- оболочек переменной толщины, которые трудно описывать в *B-rep* без усложнения топологии.

В качестве примеров можно привести:

- канал с переменным сечением описывается единым уравнением с текущим сечением, где профиль изменяется непрерывно вдоль направляющей [16];
- анизотропный материал (локальные параметры точек могут включать вектор направления волокон или коэффициенты анизотропии, т.е. геометрия и материал описываются в единой модели);
- ячеистая структура (формулируется как регулярная параметрическая функция).

К перспективным направлениям применения ТИ можно отнести:

- ЦД: согласованное описание внешних и внутренних характеристик.
- Аддитивное производство: оптимизация заполнения с учётом прочности и веса.
- Биомедицинские приложения: моделирование сосудистых и органических структур.
- Генеративный дизайн: автоматическая генерация форм, включая внутренние параметры.

4 Построение тел в точечном исчислении

Базовым объектом в ТИ является отрезок, который задаётся комбинацией двух точек симплекса. Если точки заданы как A и B , то любая точка отрезка (см. рисунок 1) определяется уравнением (далее ис-



Рисунок 1— Отрезок прямой в точечном исчислении

пользуются сокращения $\bar{t} = (1-t)$, $\bar{v} = (1-v)$, $\bar{w} = (1-w)$, $t, v, w \in [0,1]$):

$$M = At + B\bar{t}. \quad (1)$$

Одномерное тело (рисунок 2а) формируется простым линейным параметрическим законом.

В описании двумерного тела (плоскости) появляется второй параметр v , задающий линейную комбинацию трёх точек (см. рисунок 2б):

$$M = (At + B\bar{t})v + C\bar{v}. \quad (2)$$

В ТИ термин «тело» применяется обобщённо и охватывает объекты разных размерностей. Это позволяет говорить об «одномерных телах» (отрезок), «двумерных телах» (плоскость, поверхность), «трёхмерных телах» (тетраэдр, объёмная модель) и формирует единую основу для их описания.

В описании тетраэдра (или объёмной примитивной формы) добавляется параметр w , что даёт трёхмерное множество точек (см. рисунок 2в).

$$M = [(At + B\bar{t})v + C\bar{v}]w + D\bar{w}. \quad (3)$$

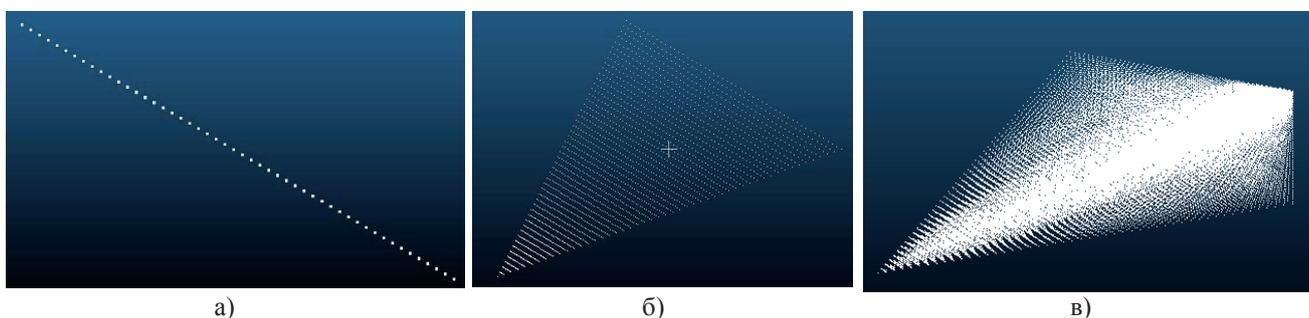


Рисунок 2 – Визуализация: а) отрезка прямой; б) плоскости; в) тела тетраэдра

Описание произвольного сложного тела осуществляется на основе нескольких симплексов, управляющих функций и параметрических масок. Тело описывается единым аналитическим выражением, где ТИ – универсальный механизм перехода от простых геометрических элементов к сложным телам.

5 Управление внутренней структурой тел в точечном исчислении

В ТИ управление внутренней структурой встроено в модель, где каждая точка может содержать как геометрическую, так и дополнительную информацию. Благодаря этому существует несколько способов управления внутренней структурой модели.

- *Параметры симплексов* определяют область, в которой формируется множество точек. Варьируя диапазоны параметров, можно исключать или включать отдельные зоны, формируя полости, отверстия или локальные заполнения.
- *Управляющие функции* вводят зависимость координат точек или их характеристик от дополнительных переменных. Таким образом, можно задавать переменную толщину оболочек, радиус профиля канала, форму локальной деформации и др.
- *Маски параметров* отсеивают часть точек и формирует новое тело.
- *Дополнительные параметры точек*, где каждая точка может быть расширена атрибутами, которые описывают физические или функциональные свойства: плотность материала, направление волокон, коэффициенты анизотропии и др.

Эти способы управления позволяют моделировать объекты от простых оболочек с переменной толщиной до многослойных структур, решётчатых заполнений и анизотропных тел. В ТИ такие объекты создаются не как комбинации нескольких моделей, а формируются внутри одной конструктивной схемы.

Ниже приведены обобщённые конструктивные принципы ТИ, позволяющие формировать как граничные, так и объёмные структуры в едином параметрическом пространстве.

- Используя маски параметров, можно формировать регулярные и нерегулярные сетки внутри тел, задавая логическую функцию для области параметров. Визуализация показывает компактность описания и наглядность формирования структуры.
- Каждая точка множества может содержать дополнительные атрибуты. Это позволяет моделировать материалы с изменяющимися свойствами, включая композиты и бионические структуры.
- Кинематические построения задаются через изменение параметров и управляющих функций в конструктивной схеме.
- Кроме элементарных функций можно использовать более сложные, включая экспоненциальные, логарифмические или фрактальные зависимости.

Управление поведением текущей точки заключается во введении функции вместо параметра. Если вместо линейного параметра в (1) ввести функцию $f(t)$, то форма и внутреннее распределение в моделируемом объекте изменятся:

$$M = Af(t) + B(1 - f(t)).$$

Если $f(t) = t$, то получается равномерное заполнение; если $f(t) = t^2$, точки уплотняются ближе к B ; если $f(t) = \sin(\pi t/2)$, заполняемость становится нелинейной.

Аналогично для поверхностей и тел: заменой параметров t, v, w на функции $f(t), g(v), h(w)$ можно задавать анизотропию и пустоты. Например:

$$M = [(Af(t) + B(1 - f(t)))g(v) + C(1 - g(v))]h(w) + D(1 - h(w)), \text{ где } f(t) = t, g(v) = v^2, h(w) = \sin(\pi w/2).$$

В ТИ управление внутренней структурой – это продолжение уравнений, которыми задаются базовые тела. При помощи этого приёма можно описать:

- пустоты (ограничение параметров);
- анизотропию (разные законы по разным симплексам);
- периодичность (тригонометрические функции);
- фрактальность или иерархию (рекурсивные функции).

Приведённые примеры отражают главную особенность ТИ: возможность в рамках единого аналитического аппарата описывать разнообразные и сложные формы, в которых геометрические и функциональные характеристики объекта определяются совместно.

Заключение

Применение ТИ позволяет создать новый уровень описания проектных объектов. В отличие от методов, где объект существует как оболочка, процедура или аналитическая функция, в ТИ он задаётся как упорядоченное множество точек и локальных симплексов. Такой способ обеспечивает геометрическое представление и согласованное описание внутренних свойств, анизотропии и функциональных характеристик объекта.

В ТИ в качестве первичных сущностей используются точка, симплекс, параметр, функция и параметрическая маска, которые составляют минимально достаточный набор для описания объекта как целого. Отношения вложенности, параметризации и маскирования фиксируют универсальные механизмы построения, благодаря которым устраняется фрагментация объекта. ТИ выполняет роль моста между существующими подходами. Граничное представление, конструктивная твердотельная геометрия и функциональное описание могут быть интерпретированы как частные случаи в рамках единого языка симплексов и параметров.

Практическая перспектива ТИ – в способности использования в ЦД, аддитивном производстве, генеративном дизайне и моделировании метаматериалов, где требуется согласованное описание внешней формы, внутренней структуры и функциональных свойств.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] *Shen G.* Analysis of boundary representation model rectification. *Computer-Aided Design*, 33(5), 359–371, 2001. DOI: 10.1145/376957.376975.
- [2] *Raghothama S., Shapiro V.* Consistent updates in dual representation systems. *Computer-Aided Design*, 32(8–9), 463–477, 2000. DOI: 10.1016/S0010-4485(00)00036-1.
- [3] *Pasko A., Adzhiev V., Sourin A., Savchenko V.* Function representation in geometric modeling: Concepts, implementation and applications. *The Visual Computer*, 1995. 11(8): 429–446. DOI: 10.1007/BF02464333.
- [4] *Liu Z., Zhang J., Zhang X.* Construction collision detection for site entities based on 4-D space-time model. *Qinghua Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)*. 2010. Vol.50, No.6. P.820–825. EDN: OCILYP.
- [5] *Zou G., Feng H., Xu F.* A robust direct modeling method for quadric free-form models based on geometry–topology inconsistency tracking. *Engineering with Computers*. 2022. Vol.38, No.4. P.3815–3830. DOI: 10.1007/s00366-021-01416-5.
- [6] *Shapiro V.* Solid modeling. In: Handbook of Computer Aided Geometric Design. *Elsevier*, 2002. P.651–681.
- [7] *Rvachev V.L., Rvachev V.A.* R-functions in boundary value problems in Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*, 1995. Vol.48, no 4. P.151–188.
- [8] *Балюба И.Г., Найдыш В.М.* Точечное исчисление. Мелитополь: МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. 236 с.
- [9] *Голованов Н.Н.* Геометрическое моделирование. М.: ДМК Пресс, 2024. 408 с.
- [10] *Балюба И.Г., Конопацкий Е.В., Бумага А.И.* Точечное исчисление. Макеевка: ДОННАСА, 2020. 244 с.
- [11] *Балюба И.Г., Конопацкий Е.В.* Точечное исчисление. Историческая справка и основополагающие определения / Труды 8-й Международной научной конференции «Физико-техническая информатика», 9–13 ноября 2020 г. Н. Новгород: ННГАСУ, 2020. Ч. 2. С.321–327.
- [12] *Конопацкий Е.В.* Аппроксимация геометрических объектов с помощью дуг кривых, проходящих через наперёд заданные точки. *Информационные технологии*. 2019. Т.25, №1. С.46–52. DOI 10.17587/it.25.46-51.
- [13] *Конопацкий Е.В., Бездитный А.А.* Проблема визуализации твердотельных моделей в виде трёхпараметрического множества точек. *Научная визуализация*. 2022. Т.14, №2. С.49–61. DOI: 10.26583/sv.14.2.05.
- [14] *Бездитный А.А.* Геометрическая теория точечного твердотельного моделирования. *Вестник компьютерных и информационных технологий*. 2025. Т.22, № 1. С.15–24. DOI: 10.14489/vkit.2025.01.pp.015-024.
- [15] *Бездитный А.А.* Особенности твердотельного моделирования в точечном исчислении. *Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению «Графикон»*. 2022. №32. С.947–955. DOI: 10.20948/graphicon-2022-947-955.
- [16] *Конопацкий Е.В., Бездитный А.А.* Геометрическое моделирование каналовых поверхностей в точечном исчислении. *Проблемы машиноведения: Материалы VI Международной научно-технической конференции*, Омск, 22–23 марта 2022 года. Омск: Омский государственный технический университет, 2022. С.252–259. DOI: 10.25206/978-5-8149-3453-6-2022-252-259.
- [17] *Бездитный А.А.* Реализация теоретико-множественной операции вычитания в точечном исчислении. *Научная визуализация*. 2025. Т.17, №2. С.97–109. DOI: 10.26583/sv.17.2.07.
- [18] *Конопацкий Е.В.* Геометрические основы параллельных вычислений в системах компьютерного моделирования и автоматизированного проектирования. *Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению "Графикон"*. 2022. №32. С.816–825. DOI: 10.20948/graphicon-2022-816-825.
- [19] *Конопацкий Е.В., Ротков С.И., Лагунова М.В., Безсолюнов М.В.* Подход к твердотельному моделированию геометрических объектов в точечном исчислении. *Онтология проектирования*. 2025. Т.15, №1(55). С.24–33. DOI: 10.18287/2223-9537-2025-15-1-24-33.

Сведения об авторе

Бездитный Андрей Александрович, 1985 г. рождения. Окончил Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского в 2007 г., к.т.н. (2013). Доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий им. профессора В.М. Найдыша Мелитопольского государственного университета. ORCID: 0000-0003-0528-9731. Author ID (РИНЦ): 866637; Author ID (Scopus): 57211268631; Researcher ID: D-7558-2019. bezdytniy@gmail.com



Поступила в редакцию 26.09.2025, после рецензирования 8.12.2025. Принята к публикации 25.12.2025.



Point calculus as an ontological basis for representing geometric objects in design

© 2026, A.A. Bezditnyi

Melitopol State University, Melitopol, Russia

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod, Russia

Abstract

In engineering design, the selection of an appropriate method for representing geometry largely determines the effectiveness of the system being developed. Traditional methods—boundary representations, structural solid geometry, and functional descriptions—remain the principal means of design automation; however, each of these methods captures only a specific aspect of an object, which requires the alignment of their descriptions. This leads to redundancy and increased complexity of data transformation procedures, limits the ability to model objects with complex internal structures, and reduces the versatility of digital models. This paper proposes to consider point calculus as an alternative concept for representing geometric objects. Within the point calculus framework, all geometric objects are considered as ordered sets of points defined through local and global simplices. In the context of solid modeling, this enables the simultaneous description of both the boundary shape and the internal volume of an object. Under this interpretation, boundary representation becomes a special case of the proposed approach, thereby ensuring compatibility with existing computer-aided design systems. The use of point calculus eliminates the separation between geometry and functional properties, making it possible to model anisotropic structures, internal channels, and variable materials within a unified parametric space. Applying point calculus to the representation of design objects supports the integrity of digital models and reduces cognitive load when working with their multiple representations. The proposed approach is particularly promising for applications in digital twins, additive manufacturing, and generative design, where the integration of flexibility, universality, and formal rigor is required.

Keywords: point calculus, design, geometric modeling, boundary representation, functional representation, constructive solid geometry.

For citation: Bezditnyi A.A. Point calculus as an ontological basis for representing geometric objects in design [In Russian]. *Ontology of Designing*. 2026; 16(1): 87-97. DOI:10.18287/2223-9537-2026-16-1-87-97.

Financial Support: the research was carried out with the support of the Russian Science Foundation, project No. 25-21-00003, <https://rscf.ru/project/25-21-00003/>.

Conflict of interest: The author declares no conflict of interest.

List of figures and tables

Figure 1 – Line segment in point calculus

Figure 2 – Visualization a) line segment; b) plane; c) tetrahedron

Table 1 – Comparative characteristics of approaches to geometric representation in design

References

- [1] Shen G. Analysis of boundary representation model rectification. *Computer-Aided Design*, 2001; 33(5): 359–371. DOI: 10.1145/376957.376975.
- [2] Raghobama S, Shapiro V. Consistent updates in dual representation systems. *Computer-Aided Design*, 2000; 32(8–9): 463–477. DOI: 10.1016/S0010-4485(00)00036-1.
- [3] Pasko A, Adzhiev V, Sourin A, Savchenko V. Function representation in geometric modeling: Concepts, implementation and applications. *The Visual Computer*, 1995. 11(8): 429-446. DOI: 10.1007/BF02464333.
- [4] Liu Z, Zhang J, Zhang X. Construction collision detection for site entities based on 4-D space-time model. *Qinghua Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)*. 2010; 50(6): 820–825. EDN: OCILYP.

-
- [5] **Zou G., Feng H., Xu F.** A robust direct modeling method for quadric free-form models based on geometry–topology inconsistency tracking. *Engineering with Computers*. 2022; 38(4): 3815–3830. DOI: 10.1007/s00366-021-01416-5.
- [6] **Shapiro V.** Solid modeling. In: Handbook of Computer Aided Geometric Design. Elsevier, 2002. P.651-681.
- [7] **Rvachev VL, Rvachev VA.** R-functions in boundary value problems in Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*, 1995; 48(4): 151-188.
- [8] **Balyuba IG, Naidysh VM.** Point calculus [In Russian]. Melitopol: Bohdan Khmelnytsky Melitopol State Pedagogical University, 2015. 236 p.
- [9] **Golovanov NN.** Geometric modeling [In Russian]. Moscow: DMK Press, 2024. 408 p.
- [10] **Balyuba IG, Konopatsky EV, Bumaga AI.** Point calculus. [In Russian]. Makeevka: DonNACEA, 2020. 244 p.
- [11] **Balyuba IG, Konopatsky EV.** Point calculus. Historical overview and fundamental definitions [In Russian]. *Proceedings of the 8th International Scientific Conference “Physical and Technical Informatics”*, November 9–13, 2020, Nizhny Novgorod: NNGASU, 2020; 2: 321–327.
- [12] **Konopatskiy EV.** Approximation of geometric objects using curve arcs passing through prescribed points [In Russian]. *Information Technologies*, 2019; 25(1): 46–52. DOI: 10.17587/it.25.46-51.
- [13] **Konopatskiy EV, Bezditnyi AA.** The problem of visualization of solid models as a three-parameter set of points [In Russian]. *Scientific Visualization*, 2022; 14(2): 49–61.
- [14] **Bezditnyi AA.** Geometric theory of point-based solid modeling [In Russian]. *Herald of Computer and Information Technologies*, 2025; 22(1): 15–24.
- [15] **Bezditnyi AA.** Features of solid modeling in point calculus [In Russian]. *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Vision “GraphiCon”*, 2022; 32: 947–955. DOI: 10.20948/graphicon-2022-947-955.
- [16] **Konopatskiy EV, Bezditnyi AA.** Geometric modeling of channel surfaces in point calculus [In Russian]. In: *Problems of Mechanical Engineering: Proceedings of the VI International Scientific and Technical Conference*, Omsk, March 22–23, 2022. Omsk: Omsk State Technical University, 2022. P.252–259.
- [17] **Bezditnyi AA.** Implementation of set-theoretic subtraction operation in point calculus [In Russian]. *Scientific Visualization*, 2025; 17(2): 97–109.
- [18] **Konopatskiy EV.** Geometric Foundations of Parallel Computing in Computer Modeling and Computer-Aided Design Systems [In Russian]. *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Vision “GraphiCon”*, 2022; 32: 816–825. DOI: 10.20948/graphicon-2022-816-825.
- [19] **Konopatskiy EV, Rotkov SI, Lagunova MV, Bezsolnov MV.** An approach to solid modeling of geometric objects in point calculus [In Russian]. *Ontology of Designing*, 2025; 15(1): 24–33. DOI: 10.18287/2223-9537-2025-15-1-24-33.
-

About the author

Andrey Alexandrovich Bezditnyi (b. 1985) graduated from V.I. Vernadsky Taurida National University (2007). Candidate of Technical Sciences (PhD, 2013). Associate Professor at the Department of Applied Mathematics and Information Technologies named after Professor V.M. Naidysh, Melitopol State University. ORCID: 0000-0003-0528-9731. RSCI (eLIBRARY.ru) Author ID: 866637; Author ID (Scopus): 57211268631; Researcher ID: D-7558-2019. bezdytniy@gmail.com.

Received September 26, 2025. Revised December 8, 2025. Accepted December 25, 2025.
